



**Уральский
федеральный
университет**

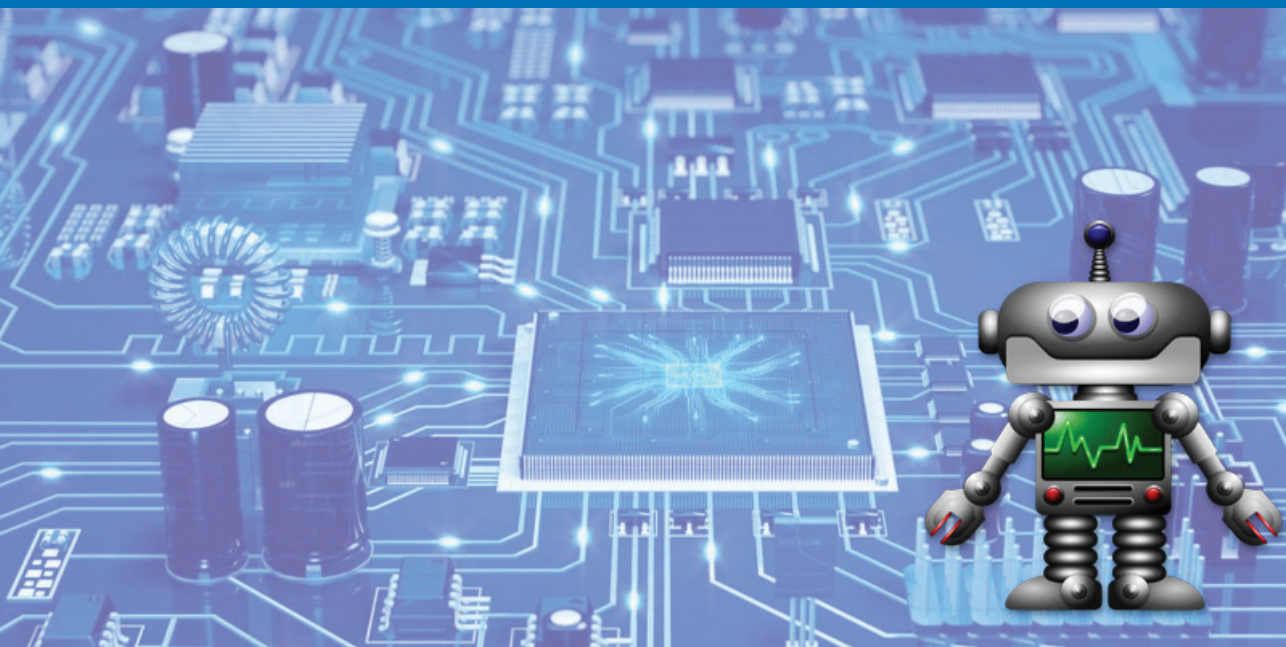
имени первого Президента
России Б.Н.Ельцина

**Институт радиоэлектроники
и информационных
технологий — РТФ**

**Е. В. ВОСТРЕЦОВА
С. М. ЗРАЕНКО**

ПОВТОРИМ ТЕОРИЮ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ

Учебно-методическое пособие



Министерство науки и высшего образования
Российской Федерации

Уральский федеральный университет
имени первого Президента России Б. Н. Ельцина

Е. В. Вострецова, С. М. Зраенко

ПОВТОРИМ ТЕОРИЮ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ

Учебно-методическое пособие

Под общей редакцией канд. техн. наук, доц. С. М. Зраенко

Рекомендовано методическим советом
Уральского федерального университета
для студентов вуза, обучающихся
по направлениям подготовки
10.00.00 — Информационная безопасность,
11.00.00 — Электроника, радиотехника и системы связи

Екатеринбург
Издательство Уральского университета
2020

УДК 621.3.011.7(075.8)

ББК 31.211я73

В78

Рецензенты:

кафедра «Безопасность информационных и автоматизированных систем»
Курганского государственного университета (завкафедрой канд. пед. наук,
доц. *Е. Н. Полякова*);

канд. техн. наук, ст. науч. сотр. Отдела динамических систем Института
математики и механики УрО РАН *С. И. Кумков*

На обложке изображение с сайта <https://www.pngwing.com/ru/free-png-nbhqd>.

Вострецова, Е. В.

В78 Повторим теорию электрических цепей : учебно-методическое пособие / Е. В. Вострецова, С. М. Зраенко ; под общ. ред. канд. техн. наук, доц. С. М. Зраенко ; Мин-во науки и высшего образования РФ. — Екатеринбург : Изд-во Урал. ун-та, 2020. — 104 с.

ISBN 978-5-7996-3127-7

В пособии представлены основные понятия и определения теории электрических цепей, а также даны тестовые задания для самоконтроля по всем разделам курса.

Учебное пособие предназначено для студентов, обучающихся по укрупненным группам направлений и специальностей 10.00.00 — Информационная безопасность, 11.00.00 — Электроника, радиотехника и системы связи.

УДК 621.3.011.7(075.8)

ББК 31.211я73

ISBN 978-5-7996-3127-7

© Уральский федеральный
университет, 2020

Оглавление

Предисловие	4
1. Исходные соотношения и определения ТЭЦ	5
2. Топология цепи	14
3. Линейные цепи при гармоническом воздействии	20
4. Индуктивно связанные цепи	31
5. Комплексные частотные характеристики цепей	37
6. Резонансные цепи	43
7. Анализ сложных цепей при гармоническом воздействии...	54
8. Анализ электрических цепей при произвольном воздействии	61
9. Четырехполюсники	70
10. Длинные линии	84
11. Нелинейные цепи	92
Библиографический список	101
Ответы к заданиям для самопроверки	102

Предисловие

В учебно-методическом пособии приведены основные определения и соотношения дисциплин «Теория электрических цепей», «Основы теории цепей», соответствующие требованиям образовательных стандартов по направлениям подготовки и специальностям 10.00.00 — Информационная безопасность, 11.00.00 — Электроника, радиотехника и системы связи.

Как правило, при изучении указанных дисциплин рассматриваются основные законы и общие методы анализа линейных электрических цепей: режим гармонических колебаний, частотные характеристики, реакция линейных цепей на негармонические воздействия; четырехполюсники, цепи с распределенными параметрами, основы анализа нелинейных цепей.

Цель пособия — напомнить и систематизировать то, что уже освоено обучающимися ранее, а в настоящий момент от них требуется продемонстрировать знание теоретического материала и умение решать задачи по расчету электрических цепей. В связи с этим предлагаемый материал носит конспективно-справочный характер и содержит лишь основные соотношения и определения дисциплины без доказательств. Более подробные сведения по дисциплине можно получить из литературы, приведенной в конце учебно-методического пособия. Теоретический материал дополнен заданиями для самоконтроля, приведенными в тестовой форме в конце каждого раздела. К тестовым заданиям имеются ответы.

1. Исходные соотношения и определения ТЭЦ

Основные электрические величины

Электрическая цепь — совокупность элементов, образующих путь для прохождения тока.

Источники — устройства, преобразующие различные виды энергии в электрическую.

Приемники — устройства, преобразующие электрическую энергию в другие виды энергии.

Вторичные источники — преобразователи электрической энергии (для одних элементов цепи это источники, для других — приемники).

Электрический ток — упорядоченное движение свободных носителей заряда (положительным выбрано направление от «+» к «-»):

$$i(t) = \frac{dq}{dt}, \quad \frac{[\text{Кл}]}{[\text{с}]} = [\text{А}].$$

Напряжение — разность потенциалов. *Потенциал* — работа (w) по переносу единичного положительного заряда из данной точки в бесконечность:

$$u = \frac{dw}{dq}, \quad \frac{[\text{Дж}]}{[\text{Кл}]} = [\text{В}].$$

ЭДС — сила неэлектрической природы, перемещающая заряды в источнике:

$$e = -u, \quad [\text{В}].$$

Энергия: $dw = u dq = u i dt$, [Дж].

Мощность: $p = \frac{dw}{dt}$, [Вт].

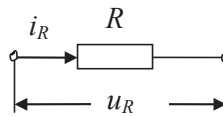
Структурная схема — изображение основных функциональных блоков цепи и их связей.

Принципиальная схема — изображение всех реальных элементов цепи и их связей.

Эквивалентная схема (схема замещения) — изображение цепи из идеализированных элементов, замещающих реальные.

Идеализированные пассивные элементы

1. Сопротивление (R) [Ом]:



Статическое и дифференциальное сопротивления (для линейного сопротивления совпадают):

$$R_{\text{ст}} = \frac{u_R}{i_R}; \quad R_{\text{диф}} = \frac{du_R}{di_R}.$$

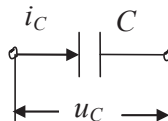
Связь тока и напряжения в сопротивлении — *закон Ома*:

$$i_R = \frac{u_R}{R}.$$

Вычисление мощности и энергии для сопротивления:

$$p_R = u_R \cdot i_R; \quad w_R = \int_{-\infty}^t p_R \cdot dt.$$

2. Емкость (C) [Ф]:



Статическая и дифференциальная емкости (для линейной емкости совпадают):

$$C_{\text{ст}} = \frac{q}{u_C}; \quad C_{\text{диф}} = \frac{dq}{du_C}.$$

Связь тока и напряжения в емкости:

$$i_C = C \frac{du_C}{dt}; \quad u_C = \frac{1}{C} \int_{-\infty}^t i_C dt.$$

Вычисление мощности и энергии для емкости:

$$p_C = u_C i_C; \quad w_C = \frac{C u_C^2}{2} = \frac{q^2}{2C}.$$

3. Индуктивность (L) [Гн]:



Статическая и дифференциальная индуктивности (для линейной индуктивности совпадают):

$$L_{ст} = \frac{\Psi_{си}}{i_L}; \quad L_{диф} = \frac{d\Psi_{си}}{di_L}.$$

Напряжение на индуктивности можно определить через потоко-сцепление Ψ или магнитный поток Φ и число витков в катушке индуктивности N :

$$u_L = -e = \frac{d\Psi}{dt} = \frac{d(N\Phi)}{dt}.$$

Связь тока и напряжения в индуктивности:

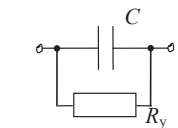
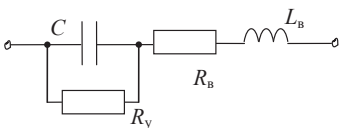

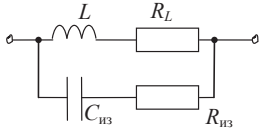
$$u_L = L \frac{di_L}{dt}; \quad i_L = \frac{1}{L} \int_{-\infty}^t u_L dt.$$

Вычисление мощности и энергии для индуктивности:

$$p_L = u_L i_L; \quad w_L = \frac{L i_L^2}{2} = \frac{\Psi_{си}^2}{2L}.$$

Схемы замещения реальных пассивных элементов

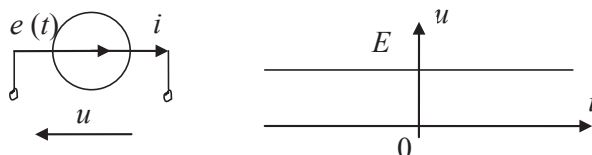
Элементы	Низкие частоты	Высокие частоты
Резистор		

Элементы	Низкие частоты	Высокие частоты
Конденсатор		
Катушка индуктивности		

В приведенной таблице введены следующие обозначения: L_R и L_B — индуктивности выводов; C_R — емкость между выводами; R_y и R_B — сопротивления утечки и выводов соответственно; R_L — сопротивление провода катушки индуктивности; $C_{из}$ и $R_{из}$ — емкость и сопротивление изоляции соответственно.

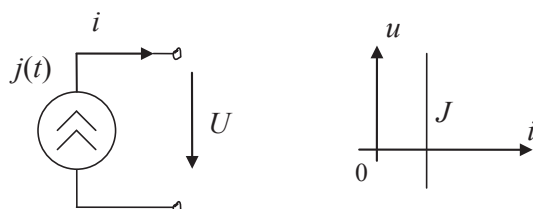
Идеальные активные элементы

1. Источник ЭДС



Внешняя характеристика идеального источника постоянного напряжения $u \neq f(i)$. Это источник бесконечной мощности ($R_i = 0$).

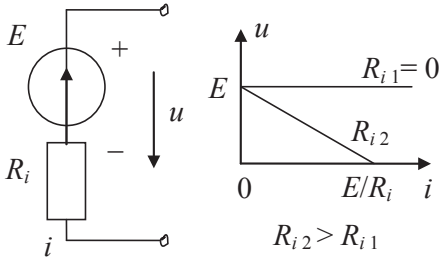
2. Источник тока



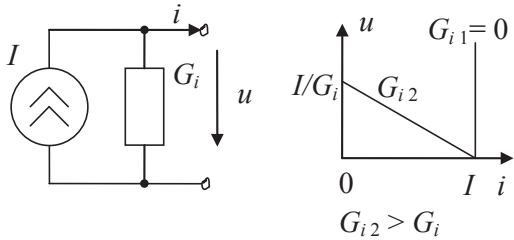
Внешняя характеристика идеального источника тока $i \neq f(u)$. Это источник бесконечной мощности ($R_i = \infty$).

Реальные источники

Источники напряжения:



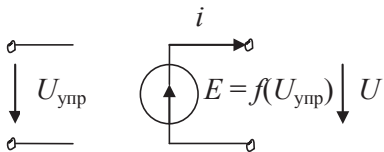
Источники тока:



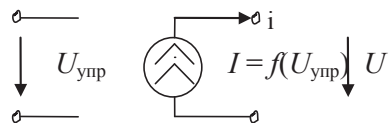
Преобразование источников (возможно при $R_i \neq 0$, $G_i \neq 0$):

$$I = \frac{E}{R_i}; G_i = \frac{1}{R_i}; E = \frac{I}{G_i}; R_i = \frac{1}{G_i}.$$

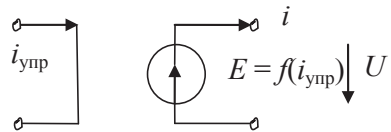
Управляемые источники



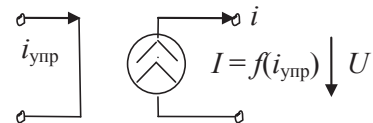
ИНУН (Источник напряжения, управляемый напряжением)



ИТУН (Источник тока, ИТУТ управляемый напряжением)



ИНУТ (Источник напряжения, управляемый током)



(Источник тока, управляемый током)

Для линейно управляемых источников: $y = k_{\text{упр}} \cdot x$.

Дуальные элементы

1. Сопротивление и проводимость $G = 1/R$ [См].
2. Индуктивность и емкость.

3. Источники тока и напряжения (связь между напряжением, током, мощностью и энергией в них описываются соотношениями, похожими по структуре).

Задания для самопроверки

1. Установите соответствие между измеряемой величиной и единицей измерения:

сопротивление	фарад
проводимость	генри
индуктивность	сименс
емкость	ом

2. Источники электрической энергии предназначены:

- 1) для преобразования различных видов энергии в электрическую;
- 2) преобразования электрической энергии в тепловую;
- 3) преобразования электрической энергии в другие виды энергии;
- 4) запасания энергии электромагнитного поля.

3. Основное свойство приёмников электрической энергии заключается в том, что они:

- 1) преобразуют электрическую энергию в другие виды энергии, а также запасают ее;
- 2) являются активными элементами электрической цепи;
- 3) преобразуют различные виды энергии в электрическую;
- 4) преобразуют один вид электрической энергии в другой.

4. Внешняя характеристика элемента описывает:

- 1) его область применения;
- 2) его внешний вид;
- 3) его сопротивление при протекании постоянного тока;
- 4) связь между током и напряжением на его зажимах.

5. Структурная схема электрической цепи представляет собой:

- 1) условно-графическое изображение моделирующей цепи, замещающей реальную цепь в рамках решаемой задачи;
- 2) условно-графическое изображение цепи, на котором показаны все физические элементы цепи и все соединения между ними;

- 3) условно-графическое изображение цепи, на котором показаны только важнейшие ее части и основные связи между ними;
- 4) сборочный чертеж устройства.
6. Принципиальная схема электрической цепи представляет собой:
- 1) условно-графическое изображение моделирующей цепи, замещающей реальную цепь в рамках решаемой задачи;
 - 2) условно-графическое изображение цепи, на котором показаны только важнейшие ее части и основные связи между ними;
 - 3) условно-графическое изображение цепи, на котором показаны все физические элементы цепи и все соединения между ними;
 - 4) сборочный чертеж устройства.
7. Установите соответствие между элементом цепи и преобразуемой или запасаемой в нем энергией:

сопротивление	энергия электрического поля
индуктивность	тепловая энергия
емкость	энергия магнитного поля

8. Энергия магнитного поля индуктивности равна:

$$\begin{array}{ll}
 1) \frac{L \cdot i_L^2}{2}; & 3) \frac{L \cdot i_L}{2}; \\
 2) \frac{L \cdot u_L^2}{2}; & 4) \frac{L \cdot u_L}{2}.
 \end{array}$$

9. Энергия электрического поля емкости равна:

$$\begin{array}{ll}
 1) \frac{C \cdot u_C^2}{2}; & 3) \frac{u_C^2}{2C}; \\
 2) \frac{C \cdot i_C^2}{2}; & 4) \frac{C \cdot u_C}{2}.
 \end{array}$$

10. Условие баланса мгновенных мощностей:

- 1) сумма мгновенных мощностей, запасаемых всеми индуктивностями, равна сумме мгновенных мощностей, запасаемых всеми емкостями;

- 2) сумма мгновенных мощностей элементов при обходе замкнутого контура равна нулю;
- 3) сумма мгновенных мощностей в узле электрической цепи равна нулю;
- 4) сумма мгновенных мощностей, отдаваемых всеми источниками, равна сумме мгновенных мощностей, потребляемых всеми приёмниками энергии.

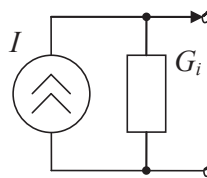
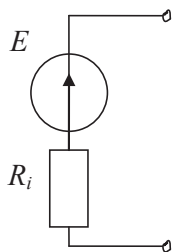
11. Установите соответствие между видом мощности и единицами измерения:

полная	вольт-ампер реактивный
активная	вольт-ампер
реактивная	ватт

12. В установившемся режиме токи и напряжения всех ветвей линейной цепи, находящейся под гармоническим воздействием...

- 1) являются гармоническими функциями одной частоты;
- 2) являются суммой гармонических функций с кратными частотами;
- 3) являются гармоническими функциями, частота которых зависит от параметров элементов цепи;
- 4) постоянны.

13. Источник напряжения и источник тока будут эквивалентны, если:



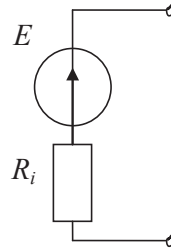
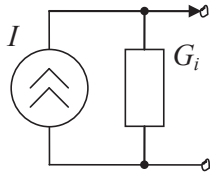
1) $I = \frac{E}{R_i}, G_i = \frac{1}{R_i};$

3) $I = E, G_i = \frac{1}{R_i};$

2) $I = E \cdot R_i, G_i = \frac{1}{R_i};$

4) $I = \frac{E}{R_i}, G_i = R_i.$

14. Источник тока и источник напряжения будут эквивалентны, если:



1) $E = \frac{I}{G_i}, R_i = \frac{1}{G_i};$

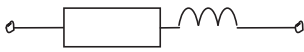
3) $E = I, R_i = \frac{1}{G_i};$

2) $E = I \cdot G_i, R_i = \frac{1}{G_i};$

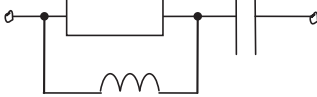
4) $E = \frac{I}{G_i}, R_i = G_i.$

2. Топология цепи

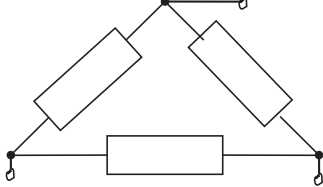
Последовательное соединение



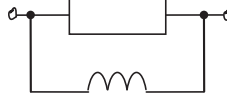
Смешанное соединение



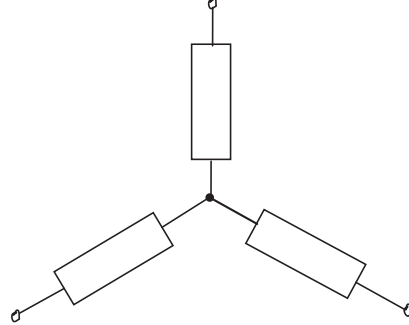
Соединение треугольником



Параллельное соединение



Соединение звездой



Расширенное топологическое описание: каждый элемент — это ветвь.

Сокращенное описание: ветвь — это несколько последовательно соединенных элементов.

Компонентные уравнения связывают напряжения и токи на элементах.

Топологические уравнения связывают напряжения и токи ветвей (законы Кирхгофа).

Первый закон Кирхгофа (для каждого из узлов):

$$\sum_{k=1}^K i_k = 0.$$

Входящий ток со знаком «минус», выходящий — со знаком «плюс». Можно составить $(q - 1)$ уравнение (по числу *независимых узлов*), где q — общее количество узлов.

Второй закон Кирхгофа (для каждого контура):

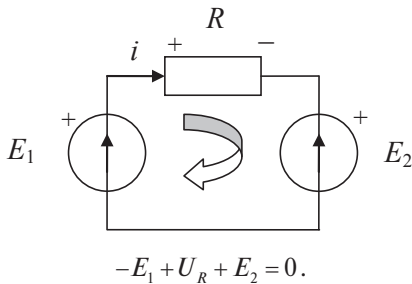
$$\sum_{m=1}^M u_m = 0.$$

При совпадении направления обхода контура с током ветви напряжение на ней берется положительным, иначе — отрицательным. Можно составить $p - (q + 1)$ уравнение (по числу *независимых контуров*), где q — количество узлов, а p — ветвей.

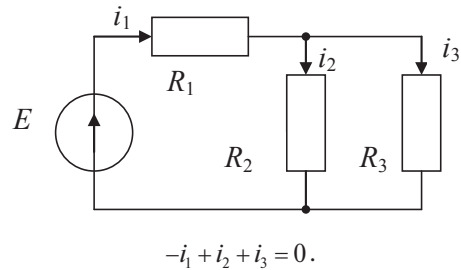
Компонентные и топологические уравнения образуют *систему уравнений электрического равновесия*.

Примеры:

Закон Кирхгофа для напряжений



Закон Кирхгофа для токов



Топологические матрицы

1. *Полная матрица узлов* (инциденций, соединений, структурная матрица)

$$[A_c] = \begin{array}{c|ccccccc} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ \hline 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & -1 & -1 & 1 & 0 & -1 \\ 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{array}$$

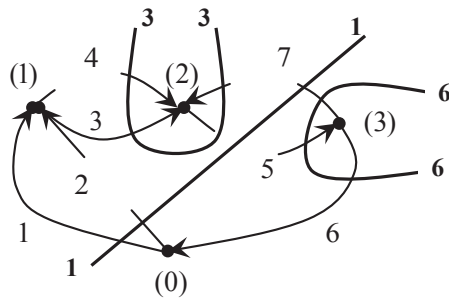
В матрице инциденций для выходящих из узла ветвей берется «+1», для входящих — «-1», а для тех, которые не соединены с узлом, — 0.

2. *Сокращенная матрица узлов*

Формируется в результате вычеркивания из полной матрицы узлов строки, составленной для нулевого узла.

3. *Матрица главных сечений*

Строим дерево графа и проводим сечения так, чтобы каждое из них пересекало только одну ветвь дерева:



3—3 — сечение, в которое входит третья ветвь дерева;

6—6 — сечение, в которое входит шестая ветвь дерева;

1—1 — сечение, в которое входит первая ветвь дерева.

Составляем матрицу, у которой число строк равно числу *главных сечений*: $m = q - 1$ (на единицу меньше числа узлов).

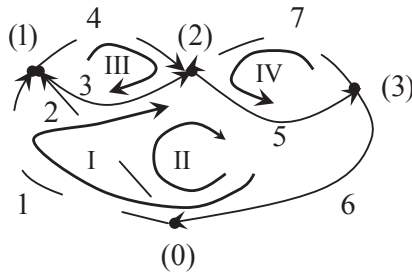
	1	2	3	4	5	6	7	← Номер ветви
[Q] = 3	1	1	0	0	-1	0	1	
	0	0	1	1	-1	0	1	
	0	0	0	0	-1	1	1	
								↑ Номера главных сечений

Число столбцов матрицы равно количеству ветвей. Если ветвь дерева графа пересекает сечение, то в матрице для нее ставим «+1», если нет — то «0». Если ветвь графа пересекает сечение в том же направлении, что и ветвь дерева, то в матрице для нее ставим «+1», если в противоположном — то «-1». Если же ветвь не пересекает сечение — то «0».

4. Матрица главных контуров (их число $n = p - q + 1$)

Главные контуры образованы *главными ветвями* (выброшенными из графа цепи при формировании дерева).

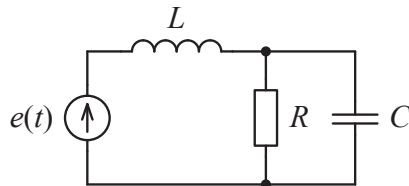
В матрице «+1» у ветвей, входящих в состав контура и совпадающих с направлением его обхода (с направлением главной ветви контура). При противоположном направлении у ветви по отношению к направлению обхода — «-1». Если же ветвь не входит в контур, то у нее «0».



	1	2	3	4	5	6	7	← Номер ветви
1	1	0	1	0	1	1	0	
2	0	1	1	0	1	1	0	
3	0	0	-1	1	0	0	0	
4	0	0	0	0	1	0	1	
↑	Номера главного контура							

Задания для самопроверки

1. Определите порядок цепи, изображенной на рисунке:



- 1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4.
2. Место соединения трех и более ветвей — это...
3. Замкнутый путь, проходящий по нескольким ветвям, — это...
4. Участок электрической цепи, по которому протекает одинаковый ток и который содержит один или несколько последовательно соединенных элементов, называется...
5. Совокупность ребер и вершин называется:
 - 1) цепью; 2) схемой; 3) графом; 4) моделью.

6. Установите соответствие между понятиями теории графов и теории цепей:

вершина	контур
цикл	узел
ребро	ветвь

7. Первый закон Кирхгофа:

- 1) алгебраическая сумма мгновенных значений токов всех ветвей, подключенных к каждому узлу цепи, в любой момент времени равна нулю;
- 2) алгебраическая сумма действующих значений токов всех ветвей, подключенных к каждому узлу цепи, равна нулю;
- 3) алгебраическая сумма мгновенных значений токов всех ветвей при обходе замкнутого контура в любой момент времени равна нулю;
- 4) алгебраическая сумма амплитуд токов всех ветвей, подключенных к каждому узлу цепи, равна нулю.

8. Второй закон Кирхгофа:

- 1) алгебраическая сумма амплитуд токов всех ветвей, подключенных к каждому узлу цепи, равна нулю;
- 2) алгебраическая сумма мгновенных значений токов всех ветвей, подключенных к каждому узлу цепи, в любой момент времени равна нулю;
- 3) алгебраическая сумма действующих значений токов всех ветвей, подключенных к каждому узлу цепи, равна нулю;
- 4) алгебраическая сумма мгновенных значений токов всех ветвей при обходе замкнутого контура в любой момент времени равна нулю.

9. Компонентные уравнения цепи — это уравнения...

- 1) описывающие изменение токов и напряжений во время переходного процесса;
- 2) составленные на основе законов Кирхгофа;
- 3) связывающие токи и напряжения на элементах;
- 4) составленные по закону Ома.

10. Порядок сложности цепи определяется количеством...

- 1) ветвей;
- 2) независимо включенных реактивных элементов;
- 3) узлов;
- 4) контуров.

11. Установите соответствие дуальных понятий:

емкость	проводимость
сопротивление	параллельное соединение
последовательное соединение	контур
узел	индуктивность

12. Порядок уравнения электрического равновесия цепи равен:

- 1) удвоенному числу ветвей;
- 2) числу узлов;
- 3) числу контуров;
- 4) числу независимо включенных реактивных элементов.

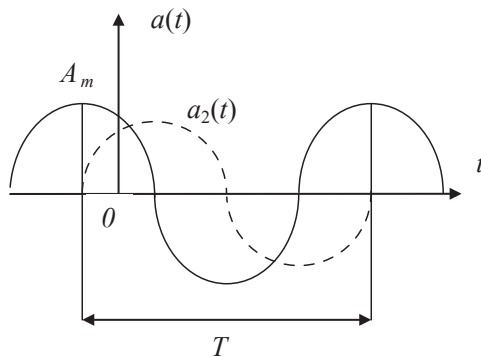
3. Линейные цепи при гармоническом воздействии

Гармоническое воздействие имеет вид

$$a(t) = A_m \cos(\omega t + \psi),$$

$$\omega = 2\pi f; \quad f = \frac{1}{T},$$

где A_m — амплитуда, ω — угловая частота, ψ — начальная фаза, T — период.



Среднее значение:

$$A_{\text{cp}} = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} a(t) dt = 0.$$

Средневыпрямленное значение:

$$A_{\text{ср.в.}} = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} |a(t)| dt = 0,637 \cdot A_m.$$

Действующее значение:

$$A = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} a^2(t) dt} = 0,707 \cdot A_m.$$

Мгновенный комплекс:

$$\dot{a}(t) = A_m \cdot e^{j(\omega t + \psi)},$$

$$\text{Re}[\dot{a}(t)] = A_m \cdot \cos(\omega t + \psi) = a(t).$$

Комплексная амплитуда:

$$\dot{A}_m = (A_m e^{j\psi}).$$

Для гармонических функций и их комплексных амплитуд справедливо:

$$1) \sum \beta_k a_k(t) \leftrightarrow \sum \beta_k \dot{A}_{mk}; \quad 2) \frac{d}{dt} a(t) \leftrightarrow j\omega \dot{A}_m; \quad 3) \int_{-\infty}^t a(t) dt \leftrightarrow \frac{1}{j\omega} \dot{A}_m.$$

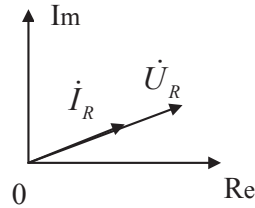
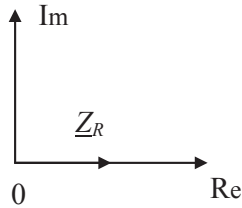
Законы Ома и Кирхгофа в комплексной форме:

$$\dot{U}_m = \underline{Z} \cdot \dot{I}_m; \quad \sum_k \dot{I}_k = 0; \quad \sum_n \dot{U}_n = 0.$$

Пассивные элементы под гармоническим воздействием

1. Сопротивление:

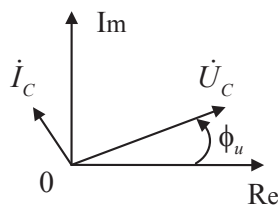
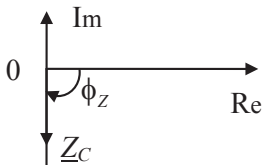
$$\dot{U}_R = \dot{I}_R \cdot \underline{Z}_R; \quad \underline{Z}_R = R; \quad \phi_{ui} = 0.$$



$$p_R(t) = U_R \cdot I_R + U_R \cdot I_R \cos 2(\omega t + \phi_u); \quad P_A = U_R \cdot I_R.$$

2. Емкость:

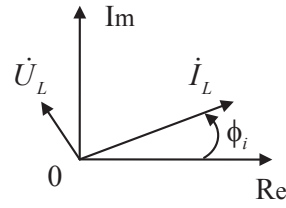
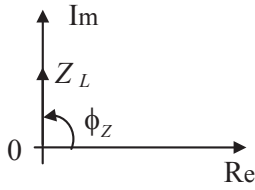
$$\dot{U}_C = \dot{I}_C \cdot \underline{Z}_C; \quad \underline{Z}_C = \frac{1}{j\omega \cdot C} = \frac{1}{\omega \cdot C} e^{-j\frac{\pi}{2}}; \quad \phi_{ui} = -\frac{\pi}{2}.$$



$$p_C(t) = -U_C \cdot I_C \cos 2(\omega t + \phi_u); \quad P_A = 0; \quad w_C = \frac{C \left(\sqrt{2} U_C \cdot \cos(\omega t + \phi) \right)^2}{2}.$$

3. Индуктивность:

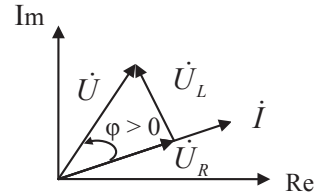
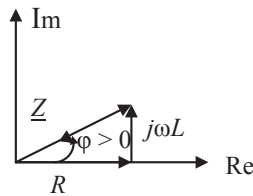
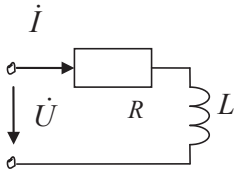
$$\dot{U}_L = \dot{I} \cdot \underline{Z}_L; \quad \underline{Z}_L = j\omega L = \omega L e^{j\frac{\pi}{2}}; \quad \phi_{ui} = \frac{\pi}{2};$$



$$p_L(t) = -U_L \cdot I_L \sin 2(\omega t + \phi_i); \quad P_A = 0; \quad w_L = \frac{L \cdot \left(\sqrt{2} \cdot I_L \cdot \cos(\omega t + \phi_i) \right)^2}{2}.$$

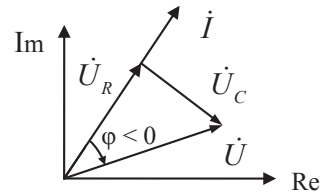
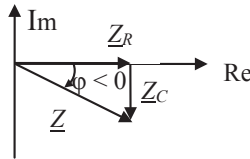
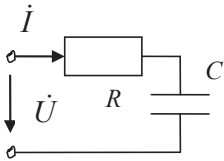
4. Последовательное соединение RL :

$$\underline{Z} = R + j\omega L = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2} \cdot e^{j \arctg\left(\frac{\omega L}{R}\right)}.$$



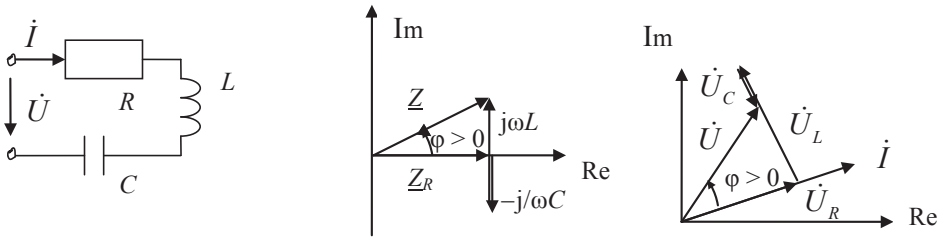
5. Последовательное соединение RC :

$$\underline{Z} = R - j\frac{1}{\omega C} = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2} \cdot e^{-j \arctg\left(\frac{1}{\omega C R}\right)}.$$



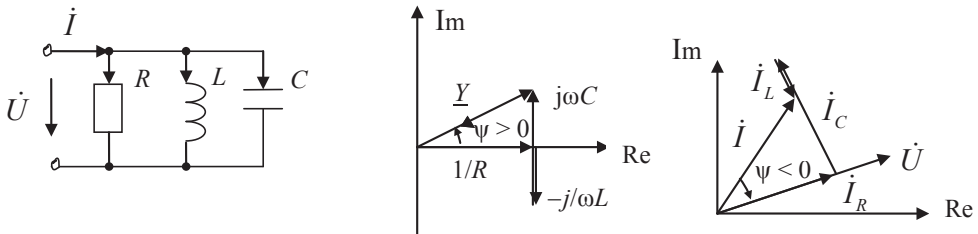
6. Последовательное соединение RLC :

$$\underline{Z} = R + j\omega L - j\frac{1}{\omega C} = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \cdot e^{j \arctg\left(\frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}\right)}.$$



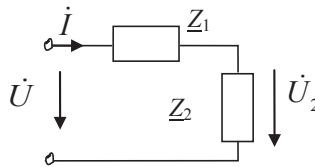
7. Параллельное соединение RLC:

$$\underline{Y} = \frac{1}{R} + j\omega C - j\frac{1}{\omega L} = \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^2} \cdot e^{j \cdot \arctg\left[\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right) \cdot R\right]}.$$



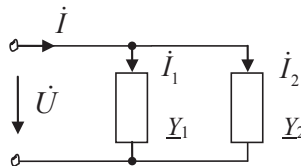
При последовательном и параллельном соединении элементов получаем:

Делитель напряжения



$$\dot{U}_2 = \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} \dot{U} = \frac{\underline{Z}_{C2}}{\underline{Z}_{C1} + \underline{Z}_{C2}} \dot{U} = \frac{C_1}{C_1 + C_2} \dot{U}.$$

Делитель тока



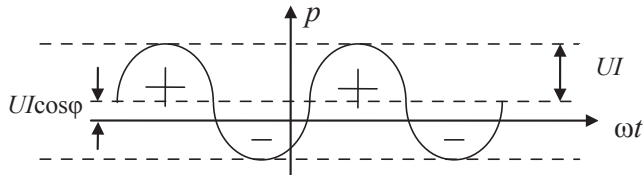
Так как $\dot{I}_1 = \dot{U} \cdot \underline{Y}_1$; $\dot{I} = \dot{U} \cdot (\underline{Y}_1 + \underline{Y}_2)$, то

$$\dot{I}_1 = \frac{\underline{Y}_1}{\underline{Y}_1 + \underline{Y}_2} \dot{I} = \frac{\underline{Z}_1^{-1}}{\underline{Z}_1^{-1} + \underline{Z}_2^{-1}} \dot{I} = \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} \dot{I}.$$

Энергетические процессы при гармоническом воздействии

1. Мгновенная мощность:

$$p(t) = U I \cos \phi + U I \cos(2\omega t + \phi_u + \phi_i), \text{ [Вт]}.$$



2. Полная мощность:

$$P_S = U \cdot I = I^2 \cdot Z, \text{ [ВА]}.$$

3. Активная мощность:

$$P_A = U \cdot I \cdot \cos \phi = P_S \cdot \cos \phi = I^2 \cdot r, \text{ [Вт]}.$$

Если $P_A > 0$, цепь — приемник энергии; при $P_A < 0$ цепь — источник энергии, поскольку содержит независимые источники тока или напряжения.

4. Реактивная мощность:

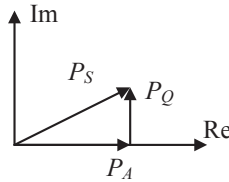
$$P_Q = P_S \cdot \sin \phi = I^2 \cdot x, \text{ [ВАр]}.$$

$P_Q > 0$ — запасание энергии в магнитном поле, $P_Q < 0$ — запасание энергии в электрическом поле.

5. Комплексная мощность:

$$\underline{P}_S = P_A + jP_Q = P_S e^{j\phi} = I^2 \underline{Z} = \dot{U} I^*, \text{ [ВА]}.$$

Треугольник мощностей:



Баланс мгновенных мощностей: $-\sum_k P_{k \text{ ист}} = \sum_n P_{n \text{ потр}}$.

Для комплексных мощностей существует аналогичное соотношение.

Коэффициент мощности $\cos\phi = \frac{P_A}{P_S}$, $\cos\phi = 1$ при резистивном характере нагрузки.

Согласование источника с нагрузкой по максимуму активной мощности, передаваемой в нагрузку ($P_{A \text{ max}}$): при $\underline{Z}_i = \underline{Z}_n^*$. При этом

$$P_{A \text{ max max}} = \frac{E^2}{4 \cdot r_i} \text{ (согласование по } P_A \text{)}.$$

Согласование по максимуму КПД: $\eta = \frac{P_{A \text{ нагр}}}{P_{A \text{ нагр}} + P_{A \text{ ист}}} = \frac{r_n}{r_n + r_i} \rightarrow 1$ при

$$r_n \gg r_i.$$

При согласовании по $P_{A \text{ max max}}$: $\eta = 0,5$.

Преобразования электрических цепей, эквивалентные на любой частоте

1. Последовательное соединение:

$$R_{\text{эк}} = \sum R_i; \quad L_{\text{эк}} = \sum L_i; \quad \frac{1}{C_{\text{эк}}} = \sum \frac{1}{C_i}; \quad e_{\text{эк}} = \sum e_i.$$

При гармоническом воздействии $\underline{Z}_{\text{эк}} = \sum (\underline{Z}_{Ri} + \underline{Z}_{Ci} + \underline{Z}_{Li})$.

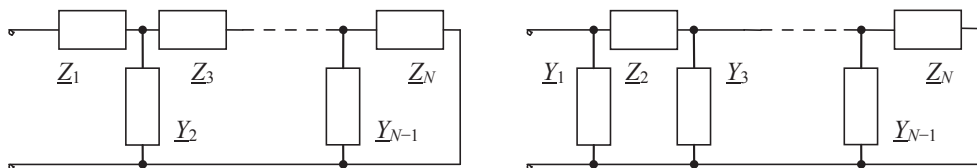
2. Параллельное соединение:

$$\frac{1}{R_{\text{эк}}} = \sum \frac{1}{R_i}; \quad \frac{1}{L_{\text{эк}}} = \sum \frac{1}{L_i}; \quad C_{\text{эк}} = \sum C_i; \quad J_{\text{эк}} = \sum J_i.$$

При гармоническом воздействии $\underline{Y}_{\text{эк}} = \sum (Y_{Ri} + Y_{Ci} + Y_{Li})$.

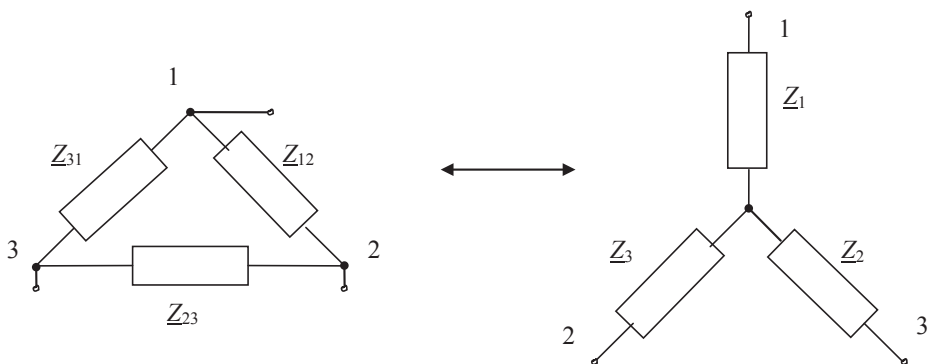
3. *Смешанное соединение*: объединяются последовательно и параллельно соединенные элементы.

Частный случай — *лестничные цепи*:



$$\underline{Z} = \underline{Z}_1 + \frac{1}{\underline{Y}_2 + \frac{1}{\underline{Z}_3 + \dots + \frac{1}{\underline{Y}_{N-1} + \frac{1}{\underline{Z}_N}}}}; \quad \underline{Y} = \underline{Y}_1 + \frac{1}{\underline{Z}_2 + \frac{1}{\underline{Y}_3 + \dots + \frac{1}{\underline{Y}_{N-1} + \frac{1}{\underline{Z}_N}}}}.$$

4. *Преобразование «треугольника» в «звезду» и «звезды» в «треугольник»*



$$\underline{Z}_{12} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \frac{\underline{Z}_1 \cdot \underline{Z}_2}{\underline{Z}_3}; \quad \underline{Z}_1 = \frac{\underline{Z}_{31} \cdot \underline{Z}_{12}}{\underline{Z}_{12} + \underline{Z}_{23} + \underline{Z}_{31}};$$

$$\underline{Z}_{23} = \underline{Z}_2 + \underline{Z}_3 + \frac{\underline{Z}_2 \cdot \underline{Z}_3}{\underline{Z}_1}; \quad \underline{Z}_2 = \frac{\underline{Z}_{12} \cdot \underline{Z}_{23}}{\underline{Z}_{12} + \underline{Z}_{23} + \underline{Z}_{31}};$$

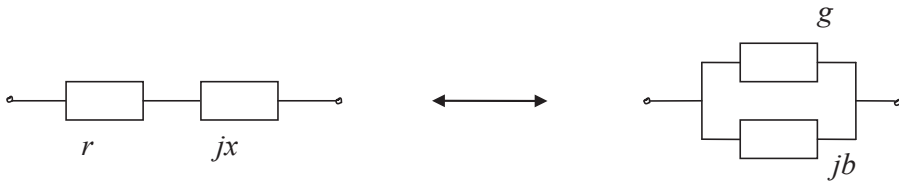
$$\underline{Z}_{31} = \underline{Z}_3 + \underline{Z}_1 + \frac{\underline{Z}_3 \cdot \underline{Z}_1}{\underline{Z}_2}; \quad \underline{Z}_3 = \frac{\underline{Z}_{31} \cdot \underline{Z}_{23}}{\underline{Z}_{12} + \underline{Z}_{23} + \underline{Z}_{31}}.$$

$$\underline{Y}_{12} = \frac{\underline{Y}_1 \cdot \underline{Y}_2}{(\underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 + \underline{Y}_3)}; \quad \underline{Y}_1 = \underline{Y}_{12} + \underline{Y}_{31} + \frac{\underline{Y}_{12} \cdot \underline{Y}_{31}}{\underline{Y}_{23}};$$

$$\underline{Y}_{23} = \frac{\underline{Y}_2 \cdot \underline{Y}_3}{(\underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 + \underline{Y}_3)}; \quad \underline{Y}_2 = \underline{Y}_{12} + \underline{Y}_{23} + \frac{\underline{Y}_{12} \cdot \underline{Y}_{23}}{\underline{Y}_{31}};$$

$$\underline{Y}_{31} = \frac{\underline{Y}_3 \cdot \underline{Y}_1}{(\underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 + \underline{Y}_3)}. \quad \underline{Y}_3 = \underline{Y}_{31} + \underline{Y}_{23} + \frac{\underline{Y}_{31} \cdot \underline{Y}_{23}}{\underline{Y}_{12}}.$$

Преобразования электрических цепей, эквивалентные на фиксированной частоте



$$\underline{Z} = r + jx = \frac{1}{\underline{Y}} = \frac{1}{g + jb} = \frac{g}{g^2 + b^2} - j \frac{b}{g^2 + b^2};$$

$$R_{\text{пос}} = r(\omega_1); \quad C_{\text{пос}} = -\frac{1}{\omega_1 \cdot x(\omega_1)}; \quad L_{\text{пос}} = \frac{x(\omega_1)}{\omega_1}.$$

$$\underline{Y} = g + jb = \frac{1}{\underline{Z}} = \frac{1}{r + jx} = \frac{r}{r^2 + x^2} - j \frac{x}{r^2 + x^2};$$

$$R_{\text{пар}} = \frac{1}{g(\omega_1)}; \quad C_{\text{пар}} = \frac{b(\omega_1)}{\omega_1}; \quad L_{\text{пар}} = -\frac{1}{[\omega_1 \cdot b(\omega_1)]}.$$

Задания для самопроверки

1. Комплексная амплитуда содержит информацию:

- | | |
|---------------------|---------------|
| 1) о сопротивлении; | 3) частоте; |
| 2) начальной фазе; | 4) амплитуде. |

2. Гармоническое колебание $i(t) = 10 \cos(10^6 t + \pi/2)$ А имеет комплексную амплитуду:

- 1) $10 \cdot e^{j\frac{\pi}{2}}$ А; 2) $10 \cdot e^{j(10^6 t + \pi/2)}$ А; 3) 10 А; 4) $10 \cdot e^{\frac{\pi}{2}}$ А.

3. Гармоническое колебание $u(t) = 5\cos(10^6 t - \pi/2)$ А имеет комплексную амплитуду:

- 1) $5 \cdot e^{-j\frac{\pi}{2}}$ В; 2) $5 \cdot e^{j(10^6 t - \pi/2)}$ В; 3) 5 В; 4) $5 \cdot e^{j10^6 t}$ В.

4. Гармоническое колебание $i(t) = 10\cos(10^6 t + \pi/2)$ А имеет комплексное действующее значение:

- 1) $7 \cdot e^{j(10^6 t + \pi/2)}$ А; 2) $7 \cdot e^{\frac{\pi}{2}}$ А; 3) $14 \cdot e^{\frac{\pi}{2}}$ А; 4) $10 \cdot e^{\frac{\pi}{2}}$ А.

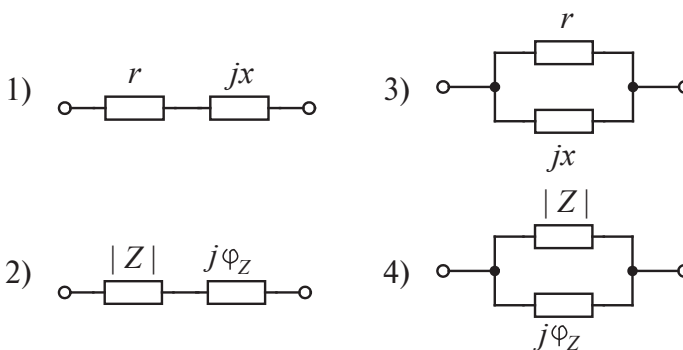
5. Комплексное сопротивление участка цепи:

- 1) $Z = \frac{\dot{I}_m}{\dot{U}_m}$; 2) $R = \frac{U_m}{I_m}$; 3) $Z = \frac{\dot{U}_m}{\dot{I}_m}$; 4) $X = \text{Im} \left\{ \frac{\dot{U}_m}{\dot{I}_m} \right\}$.

6. Установите соответствие между компонентами комплексного сопротивления $Z = r + jx = |Z| \cdot e^{j\varphi_Z}$ и их названиями:

x	резистивное сопротивление
r	реактивное сопротивление
φ_Z	полное сопротивление
$ Z $	аргумент комплексного сопротивления

7. Комплексному сопротивлению $Z = r + jx = |Z| \cdot e^{j\varphi_Z}$ соответствует эквивалентная схема:



8. Резистивная составляющая комплексного сопротивления Z определяется выражением:

- 1) $z = |Z|$; 3) $r = \text{Re}\{Z\}$;
 2) $x = \text{Im}\{Z\}$; 4) $\varphi_Z = \text{Arg}\{Z\}$.

9. Реактивная составляющая комплексного сопротивления Z определяется выражением:

$$\begin{array}{ll} 1) \varphi_Z = \text{Arg}\{Z\}; & 3) z = |Z|; \\ 2) jx = \text{Im}\{Z\}; & 4) x = \text{Im}\{Z\}. \end{array}$$

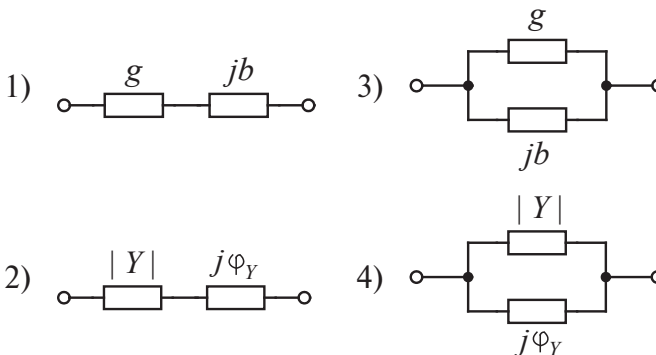
10. Комплексная проводимость участка цепи определяется выражением:

$$\begin{array}{ll} 1) Y = \frac{\dot{I}_m}{\dot{U}_m}; & 3) Y = \frac{\dot{U}_m}{\dot{I}_m}; \\ 2) G = \frac{I_m}{U_m}; & 4) B = \text{Im}\left\{\frac{\dot{I}_m}{\dot{U}_m}\right\}. \end{array}$$

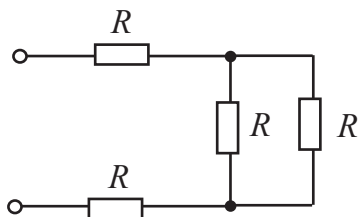
11. Установите соответствие между компонентами комплексной проводимости $Y = g + jb = |Y| \cdot e^{j\varphi_Y}$ и их названиями:

g	полная проводимость
b	реактивная составляющая
$ Y $	аргумент комплексной проводимости
φ_Y	резистивная составляющая

12. Комплексной проводимости $Y = g + jb = |Y| \cdot e^{j\varphi_Y}$ соответствует эквивалентная схема:

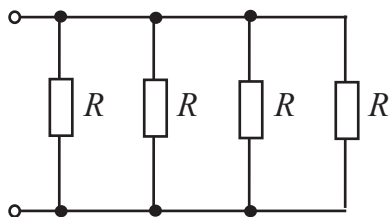


13. Сопротивление каждого элемента равно $100\ \Omega$, при этом эквивалентное сопротивление цепи в омах равно:



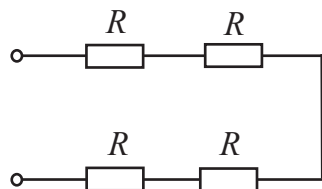
- 1) $5R/2$;
- 2) $4R$;
- 3) $\sqrt[4]{R}$;
- 4) $R/4$.

14. Сопротивление каждого элемента R . Эквивалентное сопротивление участка цепи равно:



- 1) $R/2$;
- 2) $4R$;
- 3) $\sqrt[4]{R}$;
- 4) $R/4$.

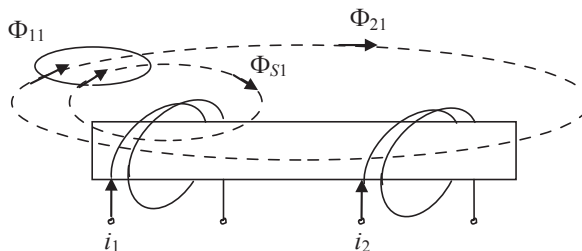
15. Сопротивление каждого элемента R . Эквивалентное сопротивление участка цепи равно:



- 1) $R/4$;
- 2) $4R$;
- 3) R^4 ;
- 4) $2R$.

4. Индуктивно связанные цепи

Взаимная индуктивность



$$\Phi_{11} = \Phi_{21} + \Phi_{S1},$$

где Φ_{11} — магнитный поток самоиндукции; Φ_{21} — магнитный поток взаимоиндукции; Φ_{S1} — магнитный поток рассеяния.

$\Phi_1 = \Phi_{11} \pm \Phi_{12}$ — полный магнитный поток первой катушки.

Наведенная ЭДС: $e = -\frac{d\psi}{dt}$, где $\psi = N \cdot \Phi$ — *потокосцепление*.

$u_1 = L_1 \cdot \frac{di_1}{dt} \pm M \cdot \frac{di_2}{dt}$; $u_2 = L_2 \cdot \frac{di_2}{dt} \pm M \cdot \frac{di_1}{dt}$ — напряжения на связанных

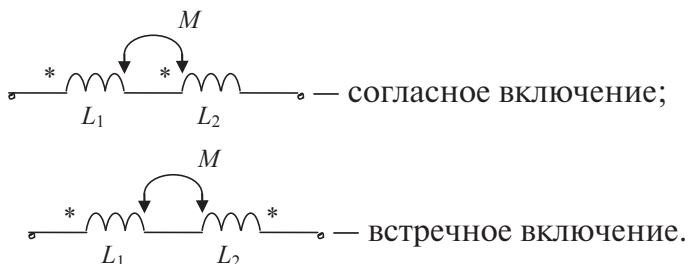
индуктивностях.

$$k_M = \sqrt{\frac{\Phi_{12} \cdot \Phi_{21}}{\Phi_{11} \cdot \Phi_{22}}} = 0 \div 1 \text{ — коэффициент индуктивной связи.}$$

$$M = \frac{k_M}{\sqrt{L_1 \cdot L_2}} = 0 \div \sqrt{L_1 \cdot L_2} \text{ — взаимная индуктивность.}$$

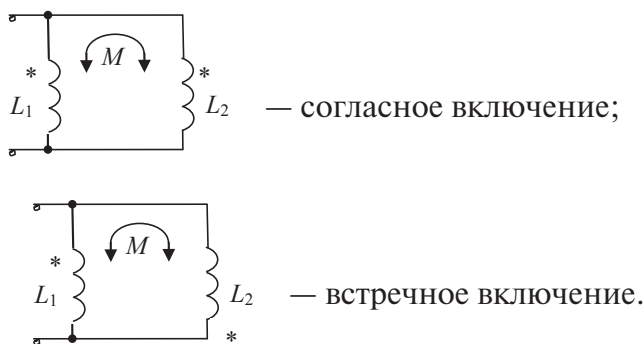
При *согласном* включении связанных индуктивностей магнитные потоки суммируются, при *встречном* включении магнитные потоки вычитаются.

Последовательное соединение индуктивностей:



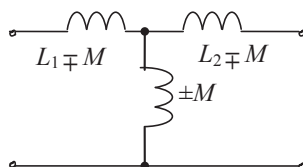
Эквивалентная индуктивность при последовательном соединении $L_{\text{экв}} = L_1 + L_2 \pm 2 \cdot M$. В этом выражении плюс — при согласном включении, минус — при встречном.

Параллельное соединение индуктивностей:



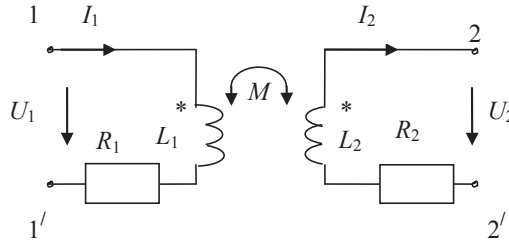
Эквивалентная индуктивность при параллельном соединении $L_{\text{экв}} = \frac{L_1 \cdot L_2 - M^2}{L_1 + L_2 \mp 2 \cdot M}$. В этом выражении минус — при согласном включении, плюс — при встречном.

Развязка индуктивных связей, схема замещения:



Верхний знак — для согласного включения.

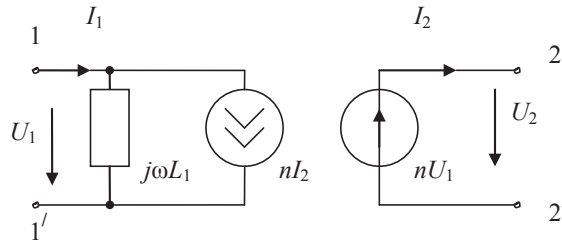
Линейный трансформатор



$$\begin{cases} \dot{U}_1 = (R_1 + j\omega L_1) \cdot \dot{I}_1 - j\omega M \cdot \dot{I}_2; \\ -\dot{U}_2 = (R_2 + j\omega L_2) \cdot \dot{I}_2 - j\omega M \cdot \dot{I}_1. \end{cases}$$

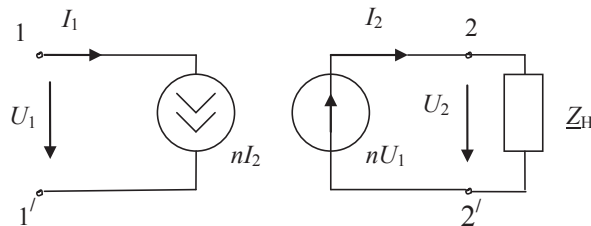
$$\dot{I}_{10} = \frac{\dot{U}_1}{(R_1 + j\omega L_1)} - \text{ток намагничивания.}$$

Совершенный трансформатор: $R_1 = R_2 = 0$; $M = \sqrt{L_1 \cdot L_2}$ при ($k_M = 1$):



$$n = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} = \frac{N_2}{N_1} - \text{коэффициент трансформации.}$$

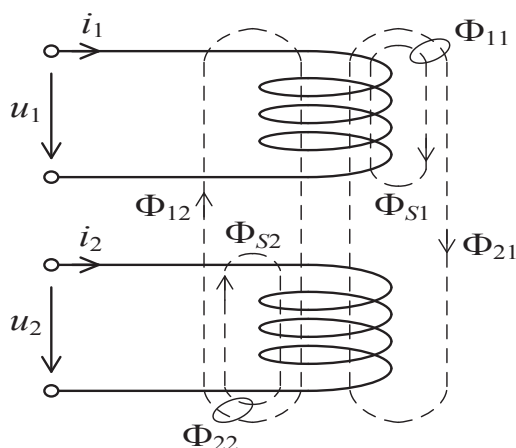
Идеальный трансформатор — это совершенный трансформатор при $\dot{I}_{10} = 0$:



$$\dot{U}_2 = n\dot{U}_1; \quad \dot{I}_1 = n \cdot \dot{I}_2; \quad \underline{P}_1 = \underline{P}_2; \quad \underline{Z}_{\text{BX}} = \frac{\underline{Z}_{\text{H}}}{n^2}.$$

Задания для самопроверки

- Если изменение тока одной индуктивной катушки вызывает появление ЭДС в других, то такие катушки называются:
 - 1) нелинейными;
 - 2) взаимными;
 - 3) индуктивно связанными;
 - 4) реактивными.
- Явление наведения ЭДС в одной индуктивной катушке при изменении тока в другой называется:
 - 1) самоиндукцией;
 - 2) взаимоиндукцией;
 - 3) нелинейным эффектом;
 - 4) перекрестным эффектом.
- Дайте определения магнитным потокам двух катушек, схематически показанным на рисунке:



Φ_{11}, Φ_{22}

полные потоки

Φ_{21}, Φ_{12}

потоки самоиндукции

Φ_{S1}, Φ_{S2}

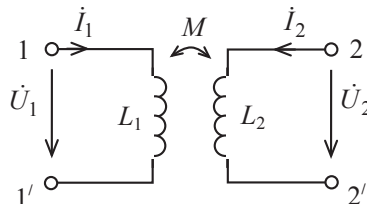
потоки взаимной индукции

$\Phi_1 = \Phi_{11} \pm \Phi_{12}, \Phi_2 = \Phi_{22} \pm \Phi_{21}$

потоки рассеяния

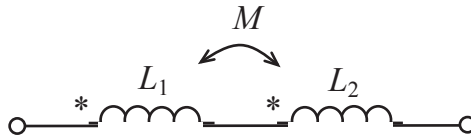
- Соединение двух катушек называется согласным, если:
 - 1) магнитные потоки самоиндукции и взаимной индукции совпадают по направлению;
 - 2) магнитные потоки самоиндукции и взаимной индукции противоположно направлены;

- 3) магнитные потоки рассеяния равны нулю;
 4) индуктивные катушки соединены последовательно.
5. Соединение двух катушек называется встречным, если:
- 1) магнитные потоки самоиндукции и взаимной индукции противоположно направлены;
 - 2) магнитные потоки самоиндукции и взаимной индукции совпадают по направлению;
 - 3) магнитные потоки рассеяния равны нулю;
 - 4) индуктивные катушки соединены параллельно.
6. На электрической схеме характер соединения катушек (согласно или встречно) определяется:
- 1) по правилу буравчика;
 - 2) направлению напряжений относительно внешних выводов;
 - 3) топологии схемы: при последовательном соединении включение согласное, при параллельном — встречное;
 - 4) направлению токов относительно одноименных зажимов.
7. Чему равен коэффициент связи между катушками?
- 1) $k = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}}$;
 - 2) $k = \frac{1}{\sqrt{L_1 L_2}}$;
 - 3) $k = M \sqrt{L_1 L_2}$;
 - 4) $k = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}}$.
8. Коэффициент связи между катушками изменяется в пределах:
- 1) от 0 до ∞ ;
 - 2) от 1 до ∞ ;
 - 3) от -1 до 1;
 - 4) от 0 до 1.
9. Сопротивление связи двух индуктивных катушек равно:
- 1) $Z_M = j\omega (L_1 + L_2)$;
 - 2) $Z_M = j\omega \sqrt{L_1 L_2}$;
 - 3) $Z_M = j\omega M$;
 - 4) $Z_M = R_{L1} + R_{L2}$.
10. Компонентные уравнения связанных индуктивностей в комплексной форме:



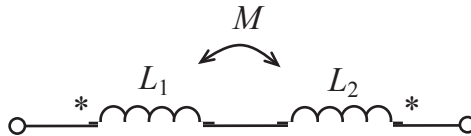
$$\begin{array}{ll}
 1) \begin{cases} \dot{U}_1 = j\omega L_1 \dot{I}_1 \pm j\omega M \dot{I}_2; \\ \dot{U}_2 = j\omega L_2 \dot{I}_2 \pm j\omega M \dot{I}_1. \end{cases} & 3) \begin{cases} \dot{U}_1 = (R_{L1} + j\omega L_1) \dot{I}_1; \\ \dot{U}_2 = (R_{L2} + j\omega L_2) \dot{I}_2. \end{cases} \\
 2) \begin{cases} \dot{U}_1 = j\omega L_1 \dot{I}_1; \\ \dot{U}_2 = j\omega L_2 \dot{I}_2. \end{cases} & 4) \begin{cases} \dot{U}_1 = j\omega M \dot{I}_2; \\ \dot{U}_2 = j\omega M \dot{I}_1. \end{cases}
 \end{array}$$

11. Эквивалентное сопротивление двух последовательно соединенных связанных индуктивностей, включенных, как показано на рисунке, равно:



$$\begin{array}{ll}
 1) Z = j\omega (L_1 + L_2 - 2M); & 3) Z = j\omega L_1 + j\omega L_2; \\
 2) Z = j\omega (L_1 + L_2 + 2M); & 4) Z = j\omega (L_1 + L_2 + M).
 \end{array}$$

12. Эквивалентное сопротивление Z двух последовательно соединенных связанных индуктивностей, включенных, как показано на рисунке, равно:



$$\begin{array}{ll}
 1) Z = j\omega (L_1 + L_2 - 2M); & 3) Z = j\omega L_1 - j\omega L_2; \\
 2) Z = j\omega (L_1 + L_2 + 2M); & 4) Z = j\omega (L_1 + L_2 + M).
 \end{array}$$

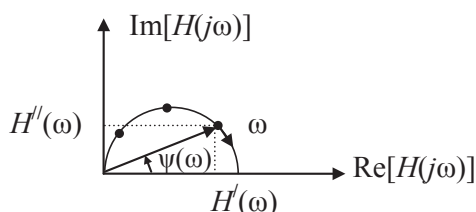
5. Комплексные частотные характеристики цепей

Комплексная частотная характеристика цепи определяется следующим образом:

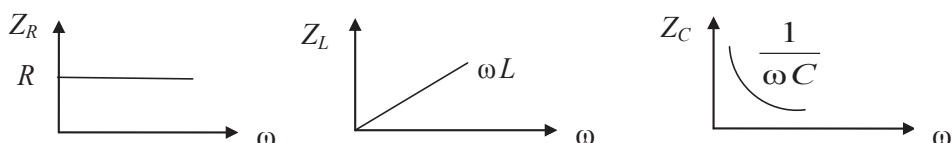
$$H(j\omega) = \frac{\dot{S}_{\text{ВЫХ}}}{\dot{S}_{\text{ВХ}}} = H(\omega) \cdot e^{j\psi(\omega)} = H'(\omega) + jH''(\omega),$$

где $H(\omega)$ — амплитудно-частотная характеристика (АЧХ), $\psi(\omega)$ — фазочастотная характеристика (ФЧХ).

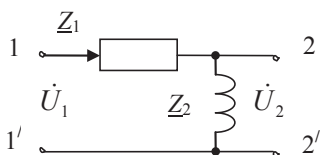
Годограф — амплитудно-фазовая характеристика (АФХ):



АЧХ элементов цепи:



Входная (Z_{11}) и передаточная (K_{21}) частотные характеристики цепи с одним энергоемким элементом:



$$Z_{11}(j\omega) = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2; \quad K_{21}(j\omega) = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} = \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2}.$$

Логарифмические АЧХ:

$H_{\text{дб}} = 20 \cdot \lg(\overline{H}(\overline{\omega}))$ — логарифм по обеим осям в децибелах,

$H_{\text{нп}} = \ln(\overline{H}(\overline{\omega}))$ — логарифм по обеим осям в неперах.

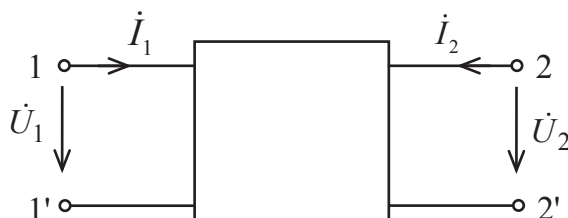
Задания для самопроверки

1. Отношение комплексных амплитуд или комплексных действующих значений отклика и воздействия называется ... характеристикой.
 - 1) импульсной;
 - 2) комплексной частотной;
 - 3) амплитудной;
 - 4) операторной.
2. Амплитудно-частотная характеристика представляет собой зависимость:
 - 1) модуля комплексной частотной характеристики от частоты;
 - 2) амплитуды отклика от частоты;
 - 3) амплитуды воздействия от частоты;
 - 4) комплексного сопротивления от частоты.
3. Фазочастотная характеристика представляет собой зависимость:
 - 1) начальной фазы воздействия от частоты;
 - 2) начальной фазы отклика от частоты;
 - 3) аргумента комплексной частотной характеристики от частоты;
 - 4) аргумента комплексного сопротивления от частоты.
4. Амплитудно-фазовая характеристика представляет собой:
 - 1) зависимость полного сопротивления цепи от начальной фазы воздействия;
 - 2) зависимость амплитуды отклика от начальной фазы;
 - 3) зависимость начальной фазы отклика от амплитуды;
 - 4) изображение комплексной частотной характеристики на комплексной плоскости при изменении частоты от 0 до ∞ .

5. Частотные характеристики линейной цепи зависят:

- 1) от топологии цепи;
- 2) параметров входящих в цепь элементов;
- 3) начальной фазы воздействия;
- 4) амплитуды воздействия.

6. Определите комплексные частотные характеристики цепи, показанной на рисунке:



Комплексное входное сопротивление $H(j\omega) = \frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_1}$

Комплексное передаточное сопротивление $H(j\omega) = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1}$

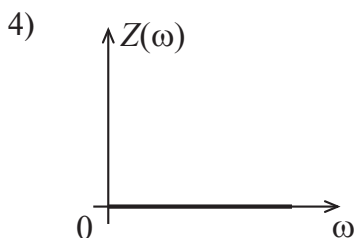
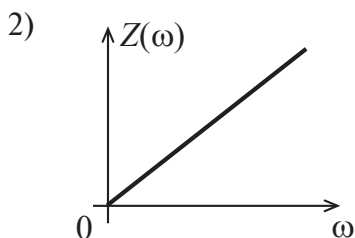
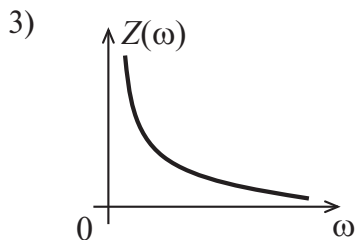
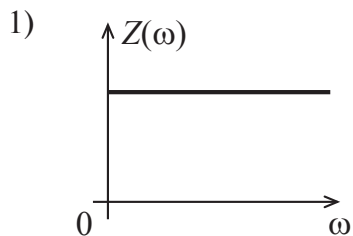
Комплексный коэффициент передачи по току $H(j\omega) = \frac{\dot{I}_1}{\dot{U}_1}$

Комплексный коэффициент передачи по напряжению $H(j\omega) = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1}$

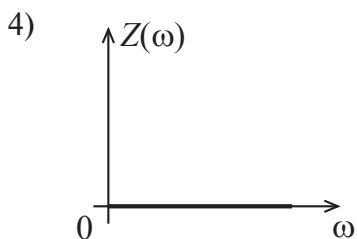
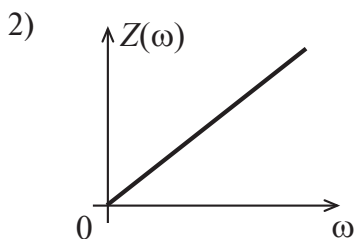
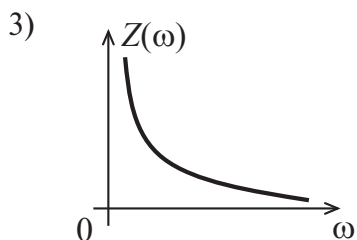
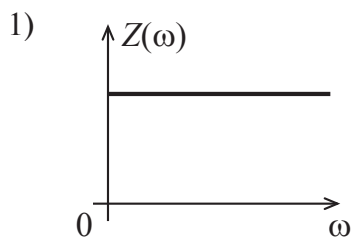
Комплексная входная проводимость $H(j\omega) = \frac{\dot{I}_2}{\dot{U}_1}$

Комплексная передаточная проводимость $H(j\omega) = \frac{\dot{I}_2}{\dot{I}_1}$

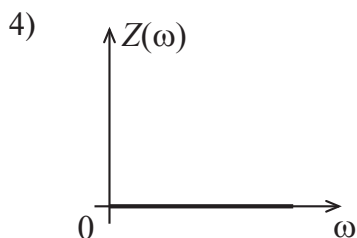
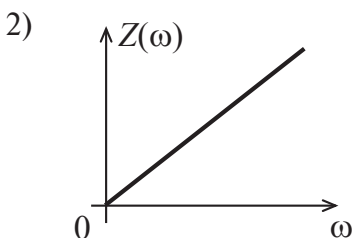
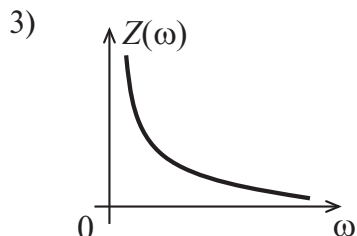
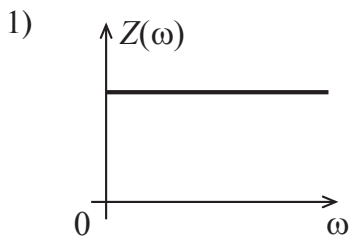
7. Укажите амплитудно-частотную характеристику сопротивления R :



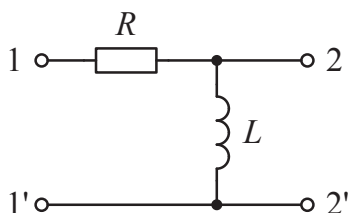
8. Укажите амплитудно-частотную характеристику индуктивности L :



9. Укажите амплитудно-частотную характеристику емкости C :



10. Комплексный коэффициент передачи цепи по напряжению равен:



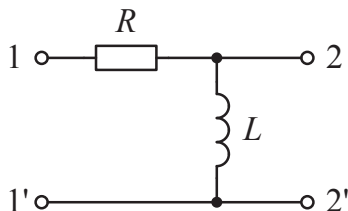
1) $K_U(j\omega) = \frac{j\omega L}{R + j\omega L}$;

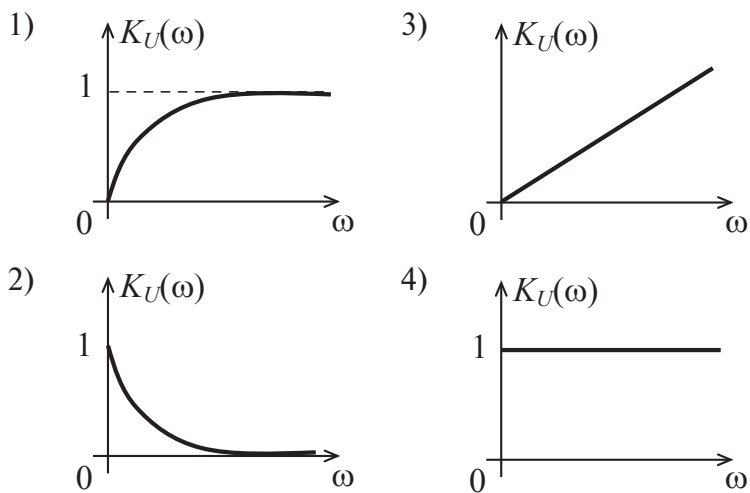
3) $K_U(j\omega) = R + j\omega L$;

2) $K_U(j\omega) = 1$;

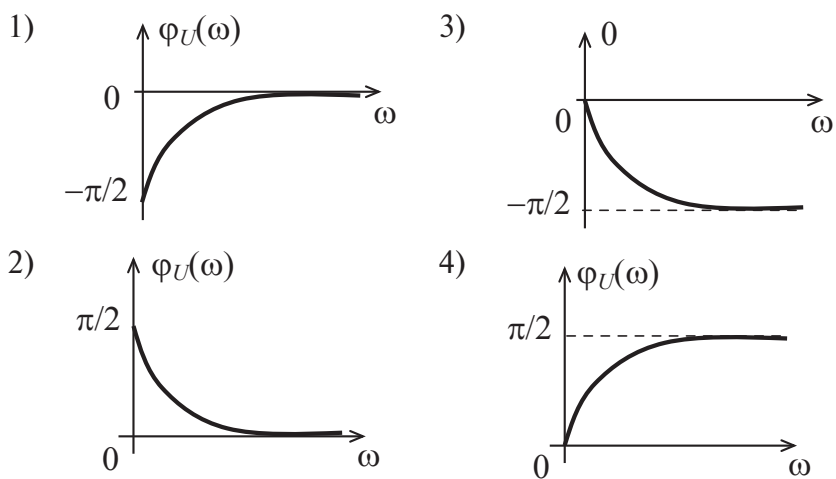
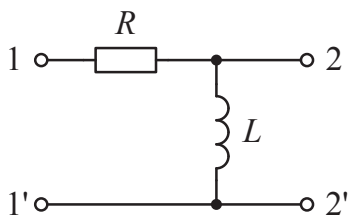
4) $K_U(j\omega) = \frac{j\omega L}{R}$.

11. Укажите амплитудно-частотную характеристику коэффициента передачи цепи по напряжению:





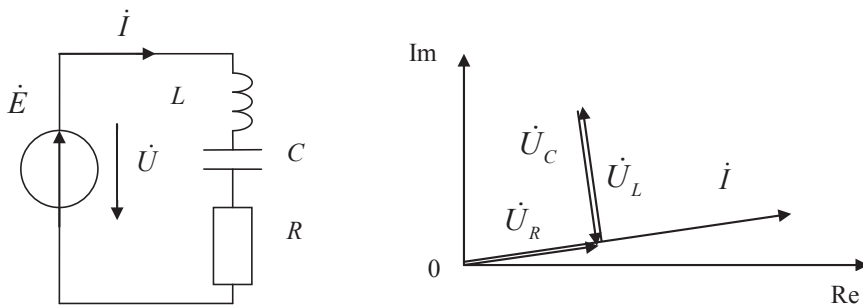
12. Укажите фазо-частотную характеристику коэффициента передачи цепи по напряжению:



6. Резонансные цепи

Последовательный колебательный контур

Резонанс напряжений:



Сопротивление цепи

$$Z = R + j \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right).$$

Условие резонанса $\left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right) = 0$ выполняется на $\omega = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$.

Сопротивление реактивных элементов при резонансе называется *характеристическим*:

$$\frac{1}{\omega_0 C} = |X_C| = |X_L| = \omega_0 L = \rho = \sqrt{\frac{L}{C}}.$$

Резонансное сопротивление контура $Z(\omega_0) = R$. Напряжение на реактивных элементах: $U_C = U_L = \rho I$.

Добротность колебательного контура:

$$Q = \frac{U_L}{U} \Big|_{\omega_0} = \frac{U_C}{U} \Big|_{\omega_0} = \frac{\rho}{R} = \frac{1}{R} \cdot \sqrt{\frac{L}{C}}.$$

Затухание:

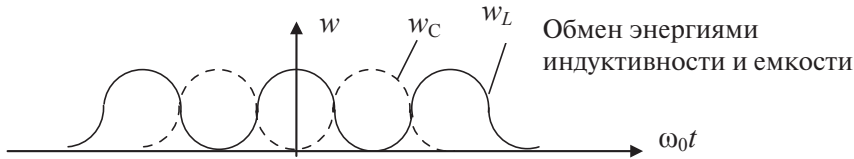
$$d = \frac{1}{Q} = \frac{1}{Q_{L_0}} + \frac{1}{Q_{C_0}},$$

где Q_{L_0} и Q_{C_0} — добротности емкости и индуктивности.

Накопленная энергия в контуре на резонансе:

$$w_L = \frac{L i_L^2}{2} = \frac{L I^2}{2} \cdot [1 + \cos 2(\omega_0 t + \phi_i)],$$

$$w_C = \frac{C u_C^2}{2} = \frac{L I^2}{2} \cdot [1 - \cos 2(\omega_0 t + \phi_i)].$$



$$W_{\text{запас}} = w_L + w_C = L \cdot I^2, \quad W_{\text{потр}} = R \cdot I^2 \cdot T, \quad \frac{W_{\text{запас}}}{W_{\text{потр}}} = \frac{Q}{2\pi}.$$

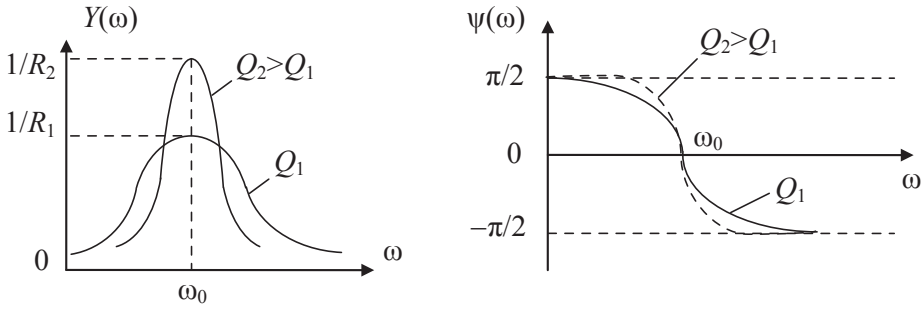
Входная проводимость последовательного колебательного контура:

$$Y(j\omega) = \frac{1}{Z} \frac{1}{R \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} \right)^2}} e^{j\psi(\omega)},$$

$$Y(\omega) = \frac{1}{R \cdot \sqrt{1 + Q^2 \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)^2}} = \frac{1}{R \sqrt{1 + \xi^2}},$$

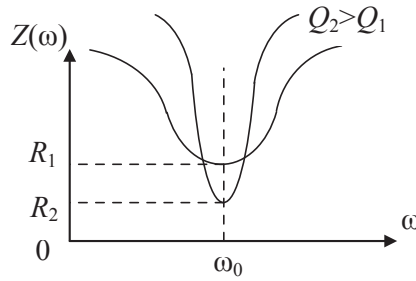
$$\psi(\omega) = -\arctg \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} = -\arctg \left[Q \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) \right] = -\arctg \xi,$$

где ξ — обобщенная расстройка.



Вводится также *нормированная проводимость*, которая определяется в виде

$$\bar{Y}(j\omega) = RY(j\omega).$$



Коэффициент передачи по напряжению:

$$K_C(j\omega) = Q \frac{\omega_0}{\omega} \bar{Y}(\omega) \cdot e^{j\left[\phi(\omega) - \frac{\pi}{2}\right]}; \quad K_L(j\omega) = Q \frac{\omega}{\omega_0} \bar{Y}(\omega) \cdot e^{j\left[\phi(\omega) + \frac{\pi}{2}\right]};$$

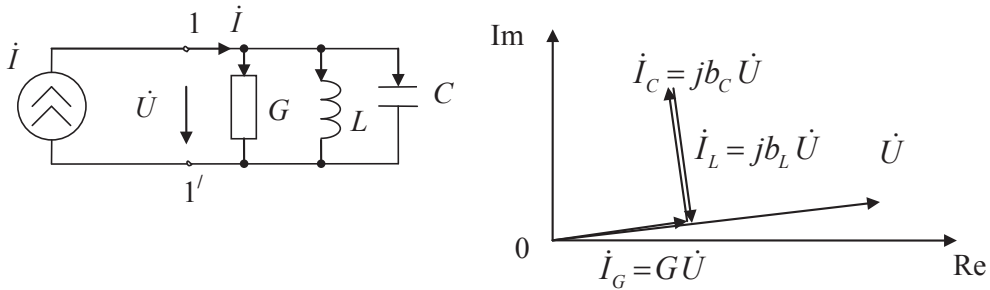
$$U_{\text{вых}}(\omega) \approx QE\bar{Y}(\omega).$$

При этом *полоса пропускания* определяется в виде $\Delta\omega_{0,7} = \frac{\omega_0}{Q}$.

Влияние нагрузки R_H и сопротивления источника сигнала R_i на добротность колебательного контура:

$$Q_{\text{эк}} = \frac{\rho}{R + R_i + \frac{\rho^2}{R_H}}.$$

Параллельный колебательный контур



Сопротивление контура на резонансной частоте:

$$Z(j\omega) \approx \frac{\rho^2}{R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)} \bigg|_{\omega=\omega_p} = \frac{\rho^2}{R}.$$

Характеристическое сопротивление $\rho = \sqrt{\frac{L}{C}}$.

Резонансная частота $\omega_p = \frac{1}{\sqrt{LC}}$, при низкой добротности

$$\omega_p = \frac{1}{\sqrt{LC}} \cdot \sqrt{\frac{\rho^2 - R_{L\text{пос}}^2}{\rho^2 - R_{C\text{пос}}^2}}.$$

Токи в ветвях: $I_C|_{\omega_p} \approx I_L|_{\omega_p} \approx \frac{U_0}{\rho} = \frac{I_0 \cdot \rho^2 / R}{\rho},$

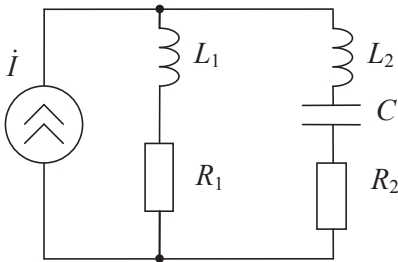
$$Q = \frac{I_C}{I_0} \bigg|_{\omega_p} = \frac{I_L}{I_0} \bigg|_{\omega_p} = \frac{\rho}{R} \text{ — добротность.}$$

КЧХ входного сопротивления $Z(j\omega) = \frac{R_0}{1 + j\xi}.$

$\xi = Q \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_p} - \frac{\omega_p}{\omega} \right)$ — обобщенная расстройка.

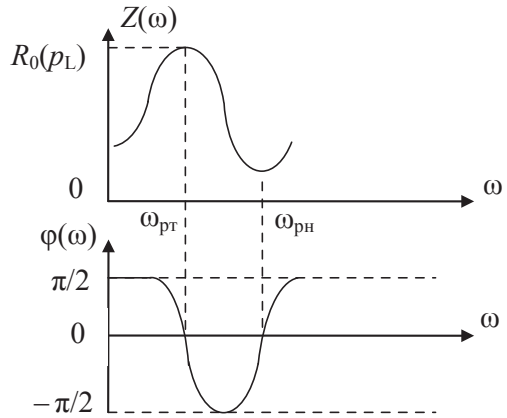
При учете R_H и R_i : $Q_{\text{эк}} = \frac{\rho}{R + R_{\text{вн}}}; R_{\text{вн}} = \frac{\rho^2}{(R_i R_H)/(R_i + R_H)}.$

Неполное включение индуктивности



Коэффициент включения:

$$p_L = \frac{L_1}{L_1 + L_2} = 0 \div 1.$$



В этом случае в цепи происходит резонанс токов и напряжений.

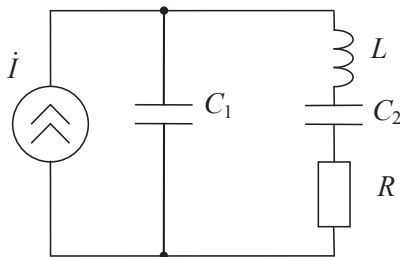
Резонансные частоты:

$$\omega_{PT} = \frac{1}{\sqrt{(L_1 + L_2)C}}; \quad \omega_{PH} = \frac{1}{\sqrt{L_2 C}}.$$

Сопротивление контура на частоте ω_{PT} : $R_0(p_L) = R_0 p_L^2 = \frac{R^2}{R} p_L^2$.

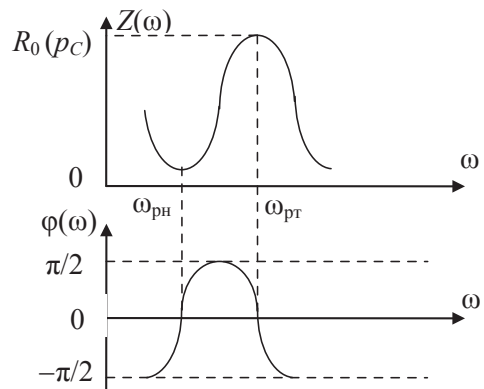
Токи ветвей на частоте ω_{PT} : $I_{10} = I_{20} \approx \frac{U_0}{\omega_0 \cdot L_1} \Rightarrow \frac{I_{10}}{I_0} = \frac{I_{20}}{I_0} = p_L \cdot Q$.

Неполное включение емкости



Коэффициент включения:

$$p_C = \frac{C_2}{C_1 + C_2} = 0 \div 1.$$



В этом случае в цепи происходит резонанс токов и напряжений.

Резонансные частоты:

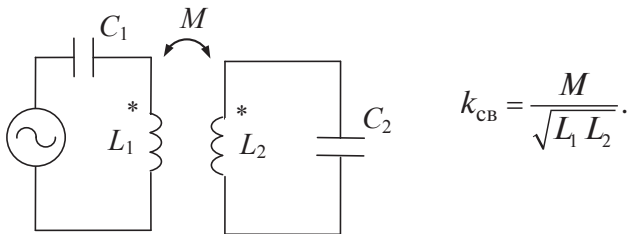
$$\omega_{PT} = \frac{1}{\sqrt{LC}}; \quad \omega_{PH} = \frac{1}{\sqrt{LC_2}}; \quad C = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}.$$

Сопротивление контура на частоте ω_{PT} : $R_0(p_c) = \frac{\rho_c^2}{R} p_c^2$.

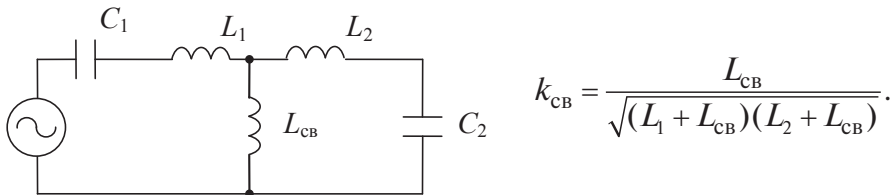
Связанные колебательные контуры

$k_{CB} = \sqrt{K_{12} \cdot K_{21}}$ — коэффициент связи между контурами.

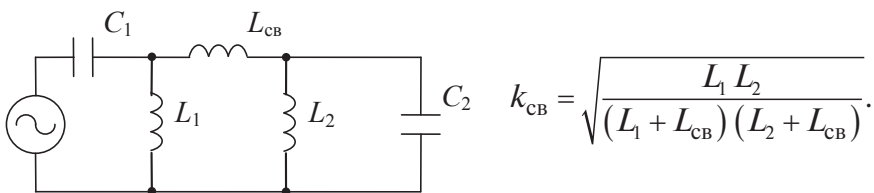
1. С трансформаторной связью:



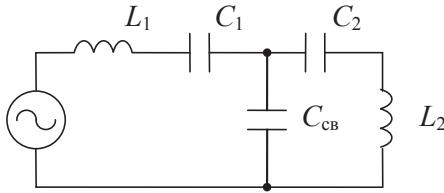
2. С автотрансформаторной связью:



3. С внешней индуктивной связью:

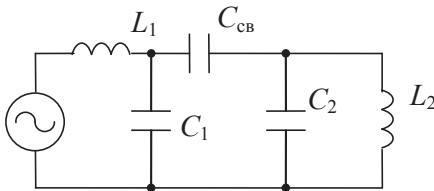


4. С внутренней емкостной связью:



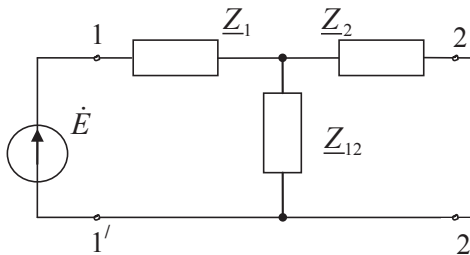
$$k_{CB} = \frac{1}{\sqrt{\left(1 + \frac{C_{CB}}{C_1}\right) \cdot \left(1 + \frac{C_{CB}}{C_2}\right)}}.$$

5. С внешней емкостной связью:



$$k_{CB} = \frac{1}{\sqrt{\left(1 + \frac{C_1}{C_{CB}}\right) \cdot \left(1 + \frac{C_2}{C_{CB}}\right)}}.$$

Схема замещения связанных колебательных контуров



\underline{Z}_{12} — сопротивление связи.

$$\underline{Z}_{BH1} = -\frac{\underline{Z}_{12}^2}{\underline{Z}_{22}} = \frac{x_{12}^2}{r_{22} + jx_{22}} = \frac{(x_{12}^2 r_{22} - jx_{12}^2 x_{22})}{(r_{22}^2 + x_{22}^2)} = r_{BH1} + jx_{BH1},$$

$$\underline{Z}_{BH2} = -\frac{\underline{Z}_{12}^2}{\underline{Z}_{11}} = \frac{x_{12}^2}{r_{11} + jx_{11}} = r_{BH2} + jx_{BH2}.$$

Настройка связанных колебательных контуров на резонанс:

- 1) *I* или *II* частный — изменением реактивных элементов *I* или *II* контура: $x_{11} + x_{BH1} = 0$; $x_{22} + x_{BH2} = 0$;
- 2) *индивидуальный* (при размыкании второго колебательного контура): $x_{11} = x_{22} = 0$;

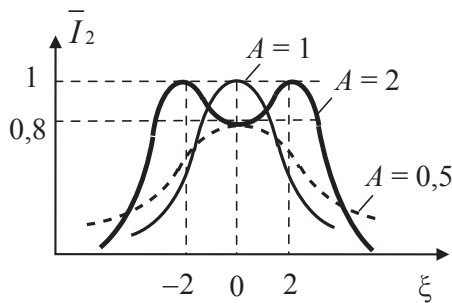
3) *сложный*: после настройки на I или II частный резонанс настройка сопротивлений связи для достижения $I_{2 \max \max} = \frac{E_1}{2\sqrt{r_{11} \cdot r_{22}}}$.

4) *полный*: после настройки на индивидуальный резонанс связь настраивается так, чтобы получить такой же $I_{2 \max \max}$, что и в п. 3.

Сопротивление связи при этом

$$x_{\text{св}} = |x_{12 \text{ опт}}| = \sqrt{r_{11} \cdot r_{22}}.$$

Частотные характеристики связанных контуров:

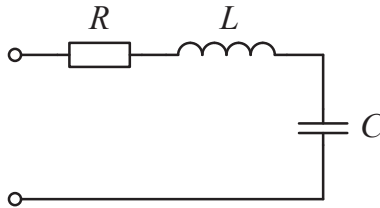


$$\bar{I}_2 = \frac{I_2}{I_{2 \max \max}} = \frac{2A}{\sqrt{(1-\xi^2+A^2)^2 + 4\xi^2}}. \text{ На } \omega_p: \xi = \frac{x}{r} = 0 \text{ и } \bar{I}_2 = \frac{2A}{1+A^2}.$$

Задания для самопроверки

- Под резонансом понимают такой режим работы электрической цепи, содержащей емкости и индуктивности, при котором:
 - наблюдается резкое возрастание напряжения на емкости;
 - наблюдается резкое возрастание тока в индуктивности;
 - входное сопротивление или проводимость имеет чисто резистивный характер;
 - активная мощность, потребляемая цепью от источника, равна реактивной мощности.
- Сдвиг фаз между током и напряжением $\Delta\varphi = (\varphi_U - \varphi_I)$ в цепи при резонансе равен:
 - 1) 90° ;
 - 2) 0 ;
 - 3) 45° ;
 - 4) 180° .

3. Условием резонанса в последовательном колебательном контуре для реактивного сопротивления x является равенство:



- | | |
|----------------------|------------------------|
| 1) $x_L + x_C = R$; | 3) $ x_L + x_C = R$; |
| 2) $ x_L = x_C $; | 4) $R = 0$. |

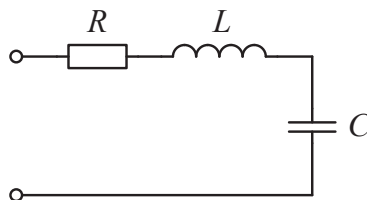
4. Характеристическое сопротивление колебательного контура — это величина, равная:

- 1) сопротивлению емкости или индуктивности при резонансе;
- 2) сумме реактивных сопротивлений емкости и индуктивности на резонансной частоте;
- 3) входному сопротивлению контура на резонансной частоте;
- 4) резистивной составляющей входного сопротивления контура.

5. Добротность колебательного контура равна отношению:

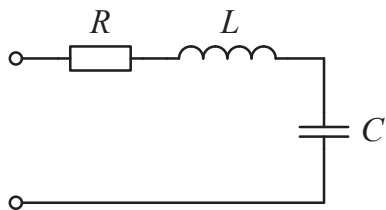
- 1) полного входного сопротивления контура к сопротивлению потерь;
- 2) реактивной составляющей входного сопротивления к резистивной;
- 3) частоты воздействия к резонансной частоте контура;
- 4) характеристического сопротивления к сопротивлению потерь.

6. В последовательном колебательном контуре имеет место резонанс...

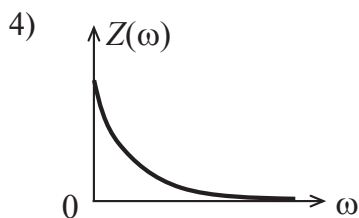
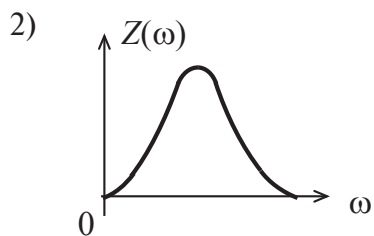
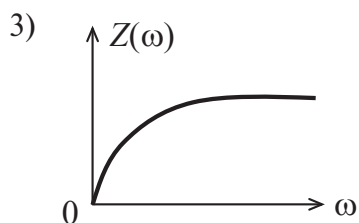
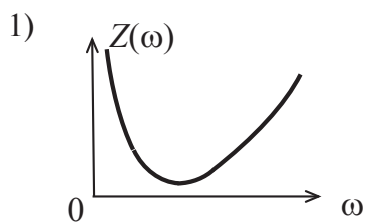
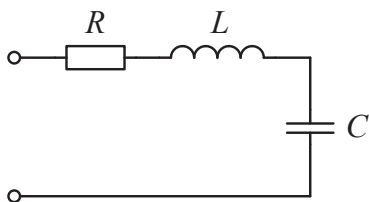


- | | |
|---------------|-------------------|
| 1) мощностей; | 3) сопротивлений; |
| 2) токов; | 4) напряжений. |

7. Резонансная частота последовательного колебательного контура равна:



- 1) $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$; 3) $\omega_0 = \frac{1}{RC}$;
 2) $\omega_0 = \frac{1}{LC}$; 4) $\omega_0 = \frac{R}{L}$.
8. На вход последовательного колебательного контура с добротностью $Q = 50$ подается гармоническое напряжение амплитудой $U_m = 2$ В. Амплитуда напряжения на емкости при резонансе равна ...В.
9. На вход последовательного колебательного контура с добротностью $Q = 100$ подается гармоническое напряжение амплитудой $U_m = 2$ В. Амплитуда напряжения на индуктивности при резонансе равна ...В.
10. Отношение реактивной составляющей входного сопротивления $Z = r + jx$ последовательного колебательного контура к резистивной называется:
- 1) обобщенной расстройкой;
 - 2) относительной расстройкой;
 - 3) аргументом комплексного сопротивления;
 - 4) нормированным сопротивлением.
11. На резонансной частоте $\omega = \omega_0$ обобщенная расстройка равна:
- 1) 1; 2) 0; 3) 0,707; 4) 0,5.
12. На каком графике представлена амплитудно-частотная характеристика комплексного входного сопротивления последовательного колебательного контура?



7. Анализ сложных цепей при гармоническом воздействии

Методы токов ветвей и напряжений ветвей

При использовании этих методов в уравнениях электрического равновесия оставляют только токи ветвей или только напряжения ветвей соответственно.

Метод контурных токов

Для каждого из независимых контуров цепи составляется уравнение для нахождения протекающего в нем контурного тока. При этом количество уравнений $p - q + 1$ существенно меньше, чем в системе уравнений электрического равновесия.

(1): $\underline{Z}_{11} \cdot \dot{I}_{11} + \underline{Z}_{12} \cdot \dot{I}_{22} + \dots + \underline{Z}_{1n} \cdot \dot{I}_{nn} = \dot{E}_{11}$ — уравнение для первого контура

$$(2): \underline{Z}_{21} \cdot \dot{I}_{11} + \underline{Z}_{22} \cdot \dot{I}_{22} + \dots + \underline{Z}_{2n} \cdot \dot{I}_{nn} = \dot{E}_{22}$$

.....

$$(n): \underline{Z}_{n1} \cdot \dot{I}_{11} + \underline{Z}_{n2} \cdot \dot{I}_{22} + \dots + \underline{Z}_{nn} \cdot \dot{I}_{nn} = \dot{E}_{nn}$$

Здесь $\underline{Z}_{11}, \underline{Z}_{22}, \dots$ — собственные сопротивления контуров (сумма входящих в них сопротивлений); $\underline{Z}_{12} = \underline{Z}_{21}, \underline{Z}_{13} = \underline{Z}_{31}, \dots$ — взаимные сопротивления между контурами (взяты с минусом, если контурные токи в них противоположны); $\dot{I}_{11}, \dot{I}_{22}, \dots$ — контурные токи; $\dot{E}_{11}, \dot{E}_{22}, \dots$ — контурные ЭДС (алгебраическая сумма ЭДС, входящих в контур, взятых с плюсом, если они совпадают с направлением контурного тока).

При использовании метода источники тока преобразуют в источники ЭДС. Вырожденный источник тока (который нельзя преобразовать) включают в состав только одного контура. Это позволяет не составлять для него уравнение, поскольку его контурный ток известен (равен току вырожденного источника).

Метод узловых напряжений

Для каждого из независимых узлов цепи составляется уравнение для нахождения его потенциала. При этом количество уравнений ($q-1$) существенно меньше, чем в системе уравнений электрического равновесия.

(1): $\underline{Y}_{11} \cdot \dot{U}_{10} + \underline{Y}_{12} \cdot \dot{U}_{20} + \dots + \underline{Y}_{1n} \cdot \dot{U}_{n0} = \dot{J}_{11}$ — уравнение для первого узла

(2): $\underline{Y}_{21} \cdot \dot{U}_{10} + \underline{Y}_{22} \cdot \dot{U}_{20} + \dots + \underline{Y}_{2n} \cdot \dot{U}_{n0} = \dot{J}_{22}$

.....

(n): $\underline{Y}_{n1} \cdot \dot{U}_{10} + \underline{Y}_{n2} \cdot \dot{U}_{20} + \dots + \underline{Y}_{nn} \cdot \dot{U}_{n0} = \dot{J}_{nn}$

Здесь $\underline{Y}_{11}, \underline{Y}_{22}, \dots$ — собственная проводимость узла — сумма проводимостей ветвей, подключенных к узлу; $\underline{Y}_{12} = \underline{Y}_{21}, \underline{Y}_{13} = \underline{Y}_{31}, \dots$ — взаимная проводимость узлов — сумма проводимостей ветвей, соединяющих узлы, взятая со знаком минус; $\dot{J}_{11}, \dot{J}_{22}, \dots$ — узловой ток — алгебраическая сумма токов источников, подключенных к узлу (втекающие с плюсом, вытекающие с минусом); $\dot{U}_{10}, \dot{U}_{20}, \dots$ — неизвестные потенциалы узлов.

В этом методе источники ЭДС преобразуют в источники тока. Если источник вырожденный, то его располагают между одним из узлов и базисным узлом. При этом уравнение для данного узла не составляют, т. к. его потенциал известен и равен ЭДС этого источника.

Метод наложения

Метод основан на теореме наложения (суперпозиции) для линейных цепей:

при $X(t) = \sum_{i=1}^N \alpha_i \cdot x_i(t)$ — входное воздействие,

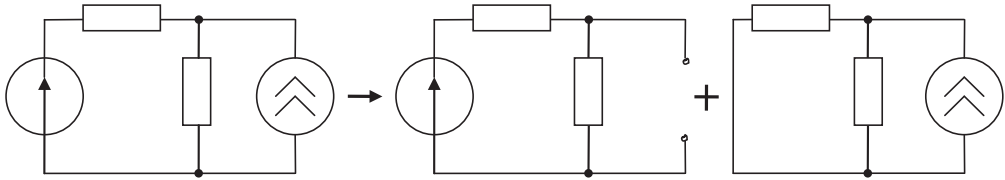
$Y(t) = \sum_{i=1}^N \alpha_i \cdot y_i(t)$ — реакция цепи.

Здесь $y_i(t) = F\{x_i(t)\}$ — реакция на элементарное воздействие.

Таким образом, ток k -го контура можно представить суммой частичных токов от действия каждого из источников (при выключенных остальных: источники ЭДС при этом закорачиваются, источники тока — разрываются):

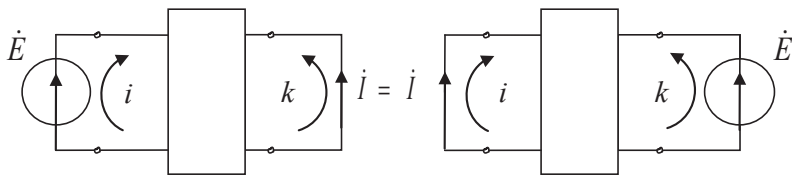
$$\dot{I}_k = \dot{I}_k^{(1)} + \dot{I}_k^{(2)} + \dots$$

Здесь $\dot{I}_k^{(1)}$ и $\dot{I}_k^{(2)}$ — токи в k -м контуре от действия первого и второго источников соответственно.

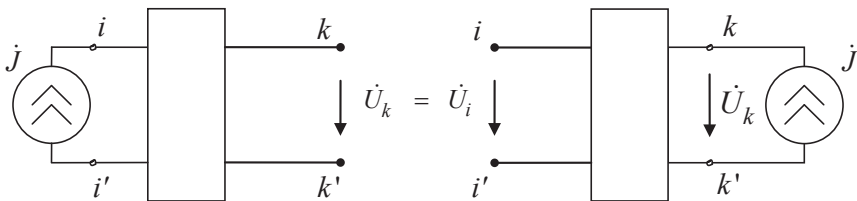


Теорема взаимности (два варианта)

1. Контурный ток k -го контура от действия источника ЭДС \dot{E} в i -м контуре равен току i -го контура при переносе этого источника в k -й контур.

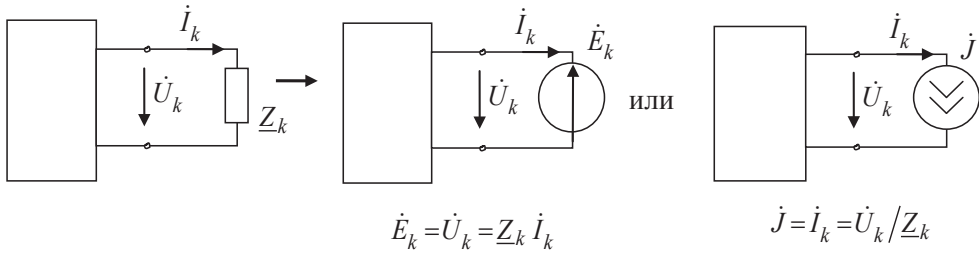


2. Напряжение на k -х зажимах от действия источника тока \dot{J} , подключенного к i -м зажимам, равно напряжению на i -х зажимах при подключении источника \dot{J} к зажимам k -м.



При выполнении теоремы взаимности цепь взаимна (обратима). Теорема может применяться с принципом наложения.

Теорема компенсации

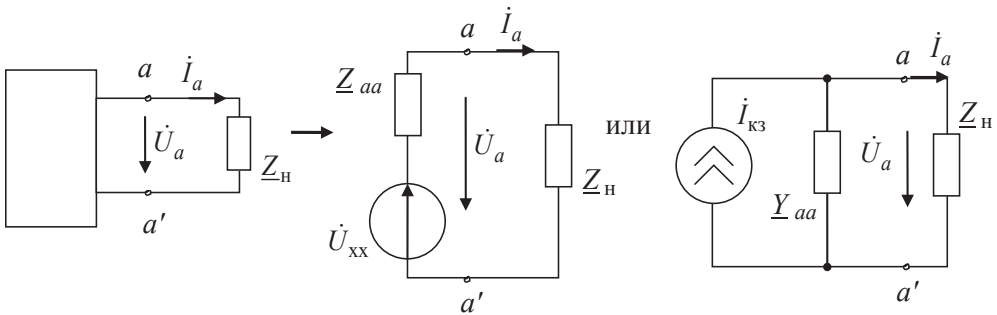


Токи и напряжения в цепи не изменятся при замене любой ветви идеальным источником ЭДС $\dot{E} = \dot{U}_k$ либо идеальным источником тока $\dot{J} = \dot{I}_k$.

Теорема об эквивалентном источнике

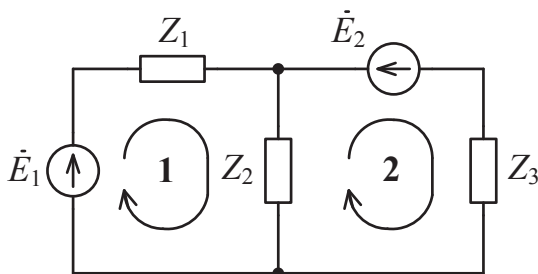
Для источника ЭДС используется теорема Гельмгольца или Тевенена; для источника тока — теорема Нортона.

Ток произвольной ветви не изменится при замене подключенной к ней цепи источником ЭДС $\dot{E} = \dot{U}_{xx}$ с $\underline{Z}_{\text{ЭКВ}} = \underline{Z}_{aa}$ либо источником тока $\dot{J} = \dot{I}_{\text{КЗ}}$ с $\underline{Y}_{\text{ЭКВ}} = \underline{Y}_{aa}$.



Задания для самопроверки

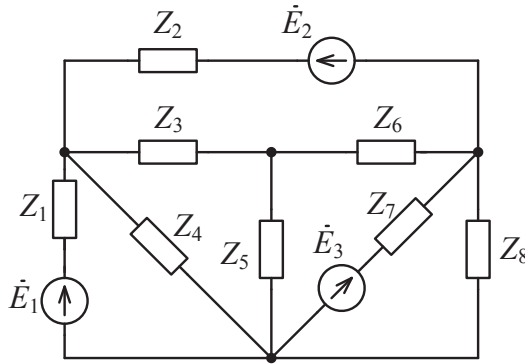
1. Для изображенной на рисунке цепи матрица контурных сопротивлений $[Z_K]$ равна:



- 1) $\begin{bmatrix} Z_1 + Z_2 & -Z_2 \\ -Z_2 & Z_2 + Z_3 \end{bmatrix}$; 3) $\begin{bmatrix} Z_1 + Z_2 & 0 \\ 0 & Z_2 + Z_3 \end{bmatrix}$;
- 2) $\begin{bmatrix} Z_1 + Z_2 & Z_2 \\ Z_2 & Z_2 + Z_3 \end{bmatrix}$; 4) $\begin{bmatrix} Z_1 & 0 & 0 \\ 0 & Z_2 & 0 \\ 0 & 0 & Z_3 \end{bmatrix}$.

2. В качестве независимых переменных в методе контурных токов используются:
- 1) токи ветвей;
 - 2) токи контуров;
 - 3) токи индуктивностей и напряжения емкостей;
 - 4) напряжения узлов.
3. Контурная ЭДС — это:
- 1) алгебраическая сумма напряжений всех ветвей, входящих в данный контур;
 - 2) среднее арифметическое ЭДС всех источников напряжения, входящих в данный контур;
 - 3) алгебраическая сумма ЭДС всех источников напряжения, входящих в данный контур;
 - 4) величина, численно равная произведению контурного тока на контурное сопротивление.

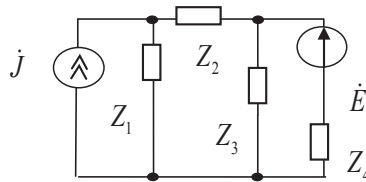
4. Количество независимых уравнений, составленных по методу контурных токов для цепи, изображенной на рисунке, будет равно...



5. Независимые переменные в методе узловых напряжений — это:

- 1) напряжения ветвей;
- 2) напряжения на элементах контура;
- 3) напряжения узлов;
- 4) напряжения емкостей и токи индуктивностей.

6. Матрица узловых проводимостей цепи:



- 1)
$$\begin{bmatrix} \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} & -\frac{1}{Z_2} \\ -\frac{1}{Z_2} & \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3} + \frac{1}{Z_4} \end{bmatrix};$$
- 2)
$$\begin{bmatrix} \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_3} + \frac{1}{Z_4} \end{bmatrix};$$
- 3)
$$\begin{bmatrix} Z_1 + Z_2 & Z_1 \\ Z_1 & Z_1 + Z_3 + Z_4 \end{bmatrix};$$
- 4)
$$\begin{bmatrix} \frac{1}{Z_1} & \frac{1}{Z_2} \\ \frac{1}{Z_3} & \frac{1}{Z_4} \end{bmatrix}.$$

7. Собственная проводимость узла равна:
 - 1) сумме активных проводимостей, входящих в узел;
 - 2) сумме всех проводимостей, входящих в узел;
 - 3) наибольшей из проводимостей, входящих в узел;
 - 4) нулю.

8. Взаимная проводимость узлов равна:
 - 1) нулю;
 - 2) сумме проводимостей элементов, включенных между узлами со знаком «—»;
 - 3) бесконечности;
 - 4) сумме собственных проводимостей узлов.

9. Цепь содержит неидеальный источник ЭДС. Применяя метод узловых напряжений, следует:
 - 1) преобразовать источник напряжения в источник тока;
 - 2) выбрать базисный узел так, чтобы он не был связан с источником;
 - 3) не рассматривать узлы, с которыми связан источник ЭДС;
 - 4) сформировать матрицы контурных токов, контурных ЭДС, контурных сопротивлений.

10. Принцип наложения:
 - 1) реакция любой электрической цепи на произвольное внешнее воздействие, представляющее собой линейную комбинацию более простых воздействий, равна линейной комбинации реакций, вызванных каждым из простых воздействий в отдельности;
 - 2) реакция линейных электрических цепей на произвольное внешнее воздействие, представляющее собой линейную комбинацию более простых воздействий, может быть найдена с использованием интеграла Дюамеля (свертки);
 - 3) реакция линейных электрических цепей на произвольное внешнее воздействие, представляющее собой линейную комбинацию более простых воздействий, равна линейной комбинации реакций, вызванных каждым из простых воздействий в отдельности;
 - 4) напряжения и токи ветвей произвольной электрической цепи не изменятся, если любую ветвь этой цепи заменить идеальным источником ЭДС, напряжение которого равно напряжению данной ветви.

8. Анализ электрических цепей при произвольном воздействии

Коммутация — скачкообразное изменение топологии цепи, параметров ее элементов или входного воздействия.

В *установившемся режиме* токи и напряжения постоянны или меняются по гармоническому закону, в *переходном* — изменяются от одного установившегося значения к другому.

Принцип непрерывности суммарного потокосцепления и заряда:

$$\sum \Psi(0_+) = \sum \Psi(0_-); \quad \sum q(0_+) = \sum q(0_-),$$

где 0_- — момент времени перед коммутацией, а 0_+ — момент времени после коммутации.

Коммутационные потери (искра, электрическая дуга) считают отсутствующими.

Первый и второй законы коммутации (при $L = \text{const}$, $C = \text{const}$):

$$i_L(0_+) = i_L(0_-) \text{ и } u_C(0_+) = u_C(0_-),$$

то есть i_L и u_C при коммутации меняются только плавно. В то же время i_C , u_L , i_R , u_R могут изменяться скачкообразно.

Классический метод анализа переходных процессов

1. Определяют *независимые начальные условия*: $i_L(0_-)$, $u_C(0_-)$ до коммутации. Потом $i_L(0_+)$, $u_C(0_+)$ по законам коммутации либо принципам непрерывности потокосцепления и заряда.

2. Составляют дифференциальное уравнение (ДУ) цепи после коммутации относительно i_L либо u_C :

$$a_v \frac{d^v y}{dt^v} + a_{v-1} \frac{d^{v-1} y}{dt^{v-1}} + \dots + a_1 \frac{dy}{dt} + a_0 y = f(t).$$

Порядок ДУ определяется количеством L и C .

3. Составляют и решают характеристическое уравнение:

$$a_v p^v + a_{v-1} p^{v-1} + \dots + a_1 p + a_0 = 0.$$

4. Находят свободную составляющую при различных и кратных корнях:

$$y_{\text{св}}(t) = \sum_{i=1}^v A_i e^{p_i t}.$$

Корню p_k , имеющему кратность n , соответствует слагаемое

$$y_{\text{св}}^{(k)}(t) = (A_1 + A_2 t + A_3 t^2 + \dots + A_n t^{n-1}) e^{p_k t}.$$

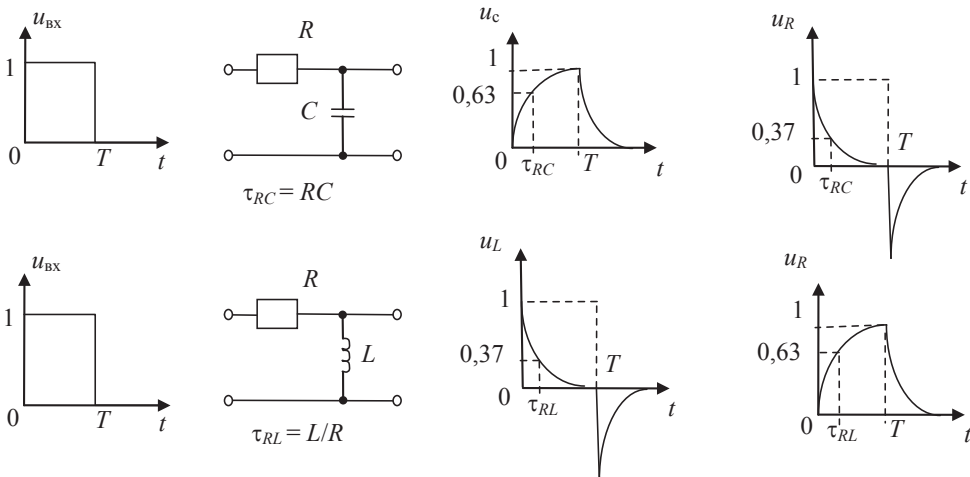
5. Составляют общее решение линейного неоднородного дифференциального уравнения (ЛНДУ), состоящее из общего решения однородного дифференциального уравнения (характеризует *свободные процессы* после коммутации при отсутствии внешних источников) и частного решения (определяет *принужденный режим* — установившийся после коммутации). Таким образом,

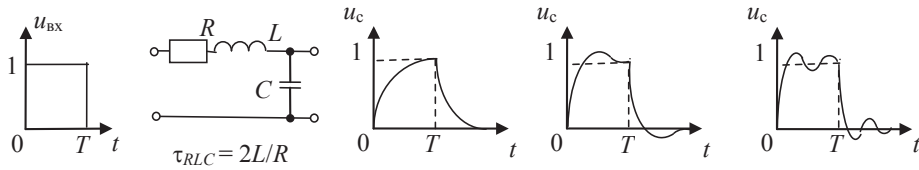
$$y = y_{\text{св}} + y_{\text{пр}} \text{ (при } t \rightarrow \infty: y_{\text{св}} = 0, \text{ а } y = y_{\text{пр}}).$$

Все корни p_i должны быть в левой полуплоскости комплексной плоскости, тогда переходные процессы затухают.

6. Находят постоянные интегрирования (A_i).

В результате для простейших цепей получают:





Корни характеристического уравнения:

а) вещественные $Q = \rho/R = \frac{\sqrt{L/C}}{R} < 1/2$;

б) кратные $Q = 1/2$;

в) комплексно сопряженные $Q > 1/2$, $\omega_{св} = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$, $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$, $\delta = R/(2L)$.

Операторный метод анализа переходных процессов

Используются изображения по Лапласу для временных функций:

$$A(p) = \int_0^{\infty} a(t) e^{-pt} dt; \quad a(t) = \frac{1}{2j\pi} \int_{\sigma_0 - j\omega}^{\sigma_0 + j\omega} A(p) e^{pt} dp;$$

$$\delta(t) \leftrightarrow 1; \quad 1 \leftrightarrow \frac{1}{p}; \quad e^{-at} \leftrightarrow \frac{1}{p+a}.$$

Свойства преобразования Лапласа:

$$k = k/p;$$

$$ka(t) = kA(p);$$

$$\sum_{i=1}^N a_i(t) = \sum_{i=1}^N A_i(p);$$

$$\frac{da(t)}{dt} = pA(p) - a(0_+);$$

$$\int_0^t a(t) dt = A(p)/p;$$

$$a(t - t_0) = A(p) e^{-pt_0};$$

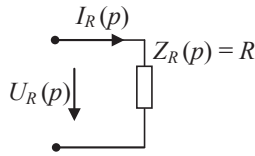
$$A(p + \lambda) = a(t) e^{-\lambda t}.$$

Законы Ома и Кирхгофа:

$$\sum_k I_k(p) = 0; \quad \sum_k U_k(p) = 0; \quad Z(p) = U(p) / I(p).$$

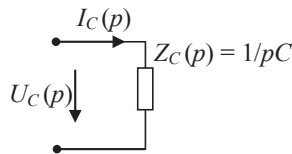
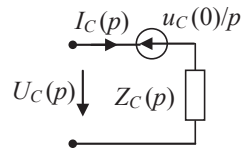
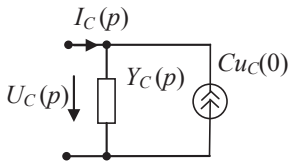
Схемы замещения элементов

Сопротивление: $i_R = \frac{u_R}{R}; \quad I_R(p) = U_R(p) / R.$



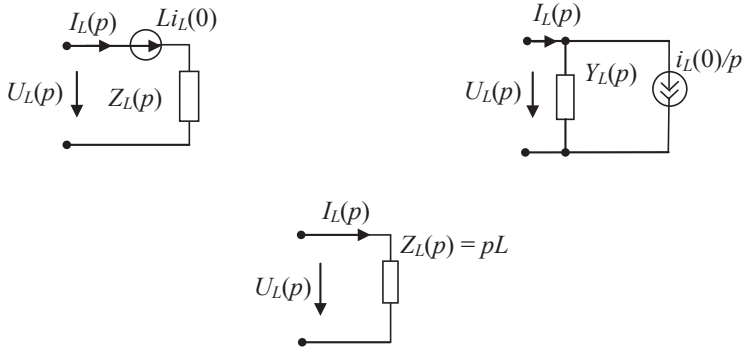
Емкость: $i_C = C \frac{du_C}{dt}; \quad u_C = u_C(0) + \frac{1}{C} \int_0^t i_C dt;$

$$I_C(p) = pCU_C(p) - Cu_C(0); \quad U_C(p) = \frac{u_C(0)}{p} + \frac{1}{pC} I_C(p).$$



Индуктивность: $u_L = L \frac{di_L}{dt}; \quad i_L = i_L(0) + \frac{1}{L} \int_0^t u_L dt;$

$$U_L(p) = pLI_L(p) - Li_L(0); \quad I_L(p) = \frac{i_L(0)}{p} + \frac{U_L(p)}{pL}.$$



Операторные характеристики цепей

Входные: $Z(p)$, $Y(p)$.

$$Z_{vv}(\rho) = U_v(\rho) / I_v(\rho);$$

$$Y_{vv}(\rho) = I_v(\rho) / U_v(\rho).$$

Передаточные:

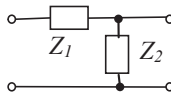
$$K_{kv}(\rho) = U_k(\rho) / U_v(\rho);$$

$$G_{kv}(\rho) = I_k(\rho) / I_v(\rho);$$

$$Z_{kv}(\rho) = U_k(\rho) / I_v(\rho);$$

$$Y_{kv}(\rho) = I_k(\rho) / U_v(\rho).$$

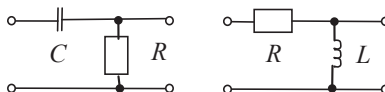
Пример:



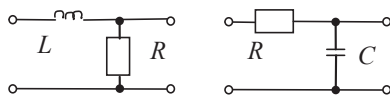
$$Z_{\text{вх}}(\rho) = Z_1(\rho) + Z_2(\rho);$$

$$K(\rho) = \frac{Z_2(\rho)}{Z_1(\rho) + Z_2(\rho)}.$$

Дифференцирующие цепи:

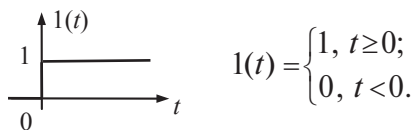


Интегрирующие цепи:



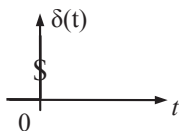
Временные характеристики цепей и их применение для анализа переходных процессов

1. *Функция Хевисайда:*



Реакция на нее — *переходная характеристика* цепи.

2. *Функция Дирака (дельта-функция):*



$$\delta(t - t_0) = \begin{cases} 0, & t \neq t_0; \\ \infty, & t = t_0. \end{cases}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t - t_0) dt = 1.$$

Реакция на нее — *импульсная характеристика* цепи.

Фильтрующее свойство дельта-функции:

$$\int_{t_1}^{t_2} f(t) \delta(t - t_0) dt = \begin{cases} f(t_0), & t \in [t_1, t_2] \\ 0, & t \notin [t_1, t_2] \end{cases}.$$

Связь функции Дирака с функцией Хевисайда:

$$\delta(t - t_0) = \frac{d}{dt} 1(t - t_0).$$

Связь переходной и операторной характеристик:

$$h^1(t) = H(\rho) / \rho.$$

Связь импульсной и операторной характеристик:

$$h^\delta(t) = H(\rho).$$

Связь временных характеристик:

$$h^\delta(t - t_0) = \frac{d}{dt} h^1(t - t_0).$$

Реакция цепи через переходную характеристику:

$$y(t) = x(t_0) \cdot h^1(t - t_0) + \int_{t_0}^t \frac{dx(\tau)}{d\tau} h^1(t - \tau) d\tau.$$

Реакция цепи через импульсную характеристику:

$$y(t) = \int_{t_0}^t x(\tau) \cdot h^\delta(t - \tau) d\tau.$$

Задания для самопроверки

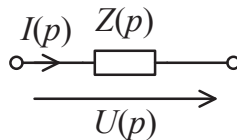
1. Коммутацией называется:

- 1) изменение воздействия на цепь по негармоническому закону;
- 2) изменение воздействия на цепь по гармоническому закону;
- 3) любое изменение топологии цепи, параметров элементов, параметров воздействия, приводящее к нарушению установившегося режима;
- 4) многократное скачкообразное изменение параметров источника напряжения или тока, подключенного к цепи.

2. Установите соответствие между моментами времени и режимами электрической цепи:

$-\infty < t < 0$	коммутация
$t = 0$	переходной процесс
$t \rightarrow \infty$	установившийся режим 1
$0 < t < \infty$	установившийся режим 2

3. Режим работы цепи установившийся, если (перечислите варианты):
- 1) к цепи не подключены источники, и суммарная запасенная в ней энергия равна нулю;
 - 2) цепь бесконечно длительный отрезок времени находится под воздействием постоянного напряжения или тока;
 - 3) цепь бесконечно длительный отрезок времени находится под гармоническим воздействием;
 - 4) к цепи подключается источник гармонического напряжения.
4. Операторное сопротивление участка цепи $Z(p)$ равно:



- 1) $\left. \frac{U(p)}{I(p)} \right|_{U_{C0}=0, I_{C0}=0}$; 3) $L\{r + jx\}$, где L — оператор преобразования Лапласа;
- 2) $\left. \frac{I(p)}{U(p)} \right|_{U_{C0}=0, I_{C0}=0}$; 4) $\int_0^{\infty} Z(j\omega) e^{-j\omega p} d\omega$.

5. Операторное сопротивление сопротивления $Z_R(p)$ равно:

- 1) 0; 2) $\frac{R}{p}$; 3) $R \cdot p$; 4) R .

6. Операторное сопротивление емкости $Z_C(p)$ равно:

- 1) 0; 2) $\frac{1}{pC}$; 3) pC ; 4) $\frac{p}{j\omega C}$.

7. Операторное сопротивление индуктивности $Z_L(p)$ равно:

- 1) $\frac{1}{pL}$; 2) pL ; 3) $j\omega L \cdot p$; 4) 0.

8. Операторная проводимость $Y(p)$ равна:

- 1) $L\{g + jb\}$, где L — оператор преобразования Лапласа;
- 2) $\int_0^{\infty} Y(j\omega) e^{-j\omega p} d\omega$, где $Y(j\omega)$ — комплексная проводимость;
- 3) $\frac{1}{Z(p)}$, где $Z(p)$ — операторное сопротивление;
- 4) $pY(j\omega) - Y(0)$, где $Y(j\omega)$ — комплексная проводимость.

9. Импульсная характеристика линейной цепи, не содержащей независимых источников энергии, численно равна ее реакции на воздействие в виде:

- 1) δ -функции при нулевых начальных условиях;
- 2) прямоугольного импульса при нулевых начальных условиях;
- 3) единичного скачка тока или напряжения при нулевых начальных условиях;
- 4) единичного скачка тока или напряжения при ненулевых начальных условиях.

10. Импульсная характеристика относится к ... характеристикам.

- 1) частотным;
- 2) временным;
- 3) операторным;
- 4) фазовым.

11. Связь импульсной и операторной характеристик (L^{-1} — оператор обратного преобразования Лапласа):

- 1) $h(t) = L^{-1}\{H(p)\}$;
- 2) $h(t) = L^{-1}\left\{\frac{H(p)}{p}\right\}$;
- 3) $h(t) = H(p)\big|_{p=t}$;
- 4) $h(t) = \int_0^{\infty} H(p) e^{-pt} dp$.

12. Переходная характеристика линейной цепи, не содержащей независимых источников энергии, численно равна ее реакции на воздействие в виде:

- 1) δ -функции при нулевых начальных условиях;
- 2) прямоугольного импульса при нулевых начальных условиях;
- 3) единичного скачка тока или напряжения при нулевых начальных условиях;
- 4) единичного скачка тока или напряжения при ненулевых начальных условиях.

9. Четырехполюсники

Классификация:

- 1) *пассивный* — только из пассивных элементов;
- 2) *активный*: есть управляемые или неуправляемые источники;
- 3) *автономный* содержит неуправляемые источники;
- 4) *неавтономный* — из пассивных элементов и управляемых источников;
- 5) *симметричный*: поворот четырехполюсника относительно вертикальной оси не изменяет внешние токи и напряжения;
- 6) *уравновешенный*: поворот четырехполюсника относительно горизонтальной оси не изменяет внешние токи и напряжения.

Первичные параметры (коэффициенты уравнений)

$$Y: \dot{I}_1 = \underline{Y}_{11} \dot{U}_1 + \underline{Y}_{12} \dot{U}_2;$$

$$\dot{I}_2 = \underline{Y}_{21} \dot{U}_1 + \underline{Y}_{22} \dot{U}_2.$$

$$Z: \dot{U}_1 = \underline{Z}_{11} \dot{I}_1 + \underline{Z}_{12} \dot{I}_2;$$

$$\dot{U}_2 = \underline{Z}_{21} \dot{I}_1 + \underline{Z}_{22} \dot{I}_2.$$

$$H: \dot{U}_1 = \underline{H}_{11} \dot{I}_1 + \underline{H}_{12} \dot{U}_2;$$

$$\dot{I}_2 = \underline{H}_{21} \dot{I}_1 + \underline{H}_{22} \dot{U}_2.$$

$$G: \dot{I}_1 = \underline{G}_{11} \dot{U}_1 + \underline{G}_{12} \dot{I}_2;$$

$$\dot{U}_2 = \underline{G}_{21} \dot{U}_1 + \underline{G}_{22} \dot{I}_2.$$

$$A: \dot{U}_1 = \underline{A}_{11} \dot{U}_2 - \underline{A}_{12} \dot{I}_2;$$

$$\dot{I}_1 = \underline{A}_{21} \dot{U}_2 - \underline{A}_{22} \dot{I}_2.$$

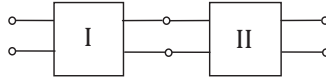
$$B: \dot{U}_2 = \underline{B}_{11} \dot{U}_1 - \underline{B}_{12} \dot{I}_1;$$

$$\dot{I}_2 = \underline{B}_{21} \dot{U}_1 - \underline{B}_{22} \dot{I}_1.$$

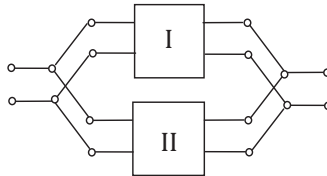
Определение первичных параметров осуществляется *по опытам холостого хода (ХХ) и короткого замыкания (КЗ)*.

Составные четырехполюсники

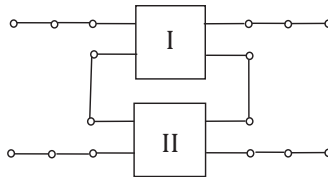
1. Каскадное соединение $[A] = [A_I] [A_{II}]$:



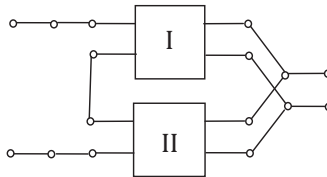
2. Параллельное соединение $[Y] = [Y_I] + [Y_{II}]$:



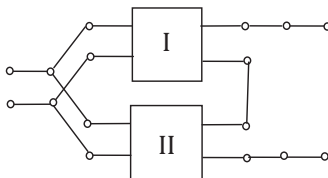
3. Последовательное соединение $[Z] = [Z_I] + [Z_{II}]$:



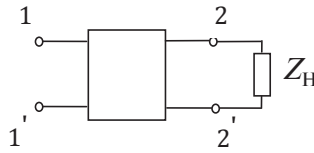
4. Последовательно-параллельное соединение $[H] = [H_I] + [H_{II}]$:



5. Параллельно-последовательное соединение $[G] = [G_I] + [G_{II}]$:



Комплексные частотные характеристики четырехполюсников



$$Z_{11}(j\omega) = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} = \frac{A_{11}Z_H + A_{12}}{A_{21}Z_H + A_{22}};$$

$$K_{21}(j\omega) = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} = \frac{Z_H}{A_{11}Z_H + A_{12}};$$

$$G_{21}(j\omega) = \frac{\dot{I}_2}{\dot{I}_1} = \frac{1}{A_{21}Z_H + A_{22}}.$$

Характеристические (вторичные) параметры четырехполюсников

1. *Характеристические сопротивления* — это характеристическое входное Z_{C1} и характеристическое выходное Z_{C2} сопротивления, такие, что при подключении Z_{C2} к выходу входное сопротивление четырехполюсника равно Z_{C1} , а при подключении Z_{C1} ко входу выходное сопротивление четырехполюсника равно Z_{C2} . Через сопротивления холостого хода и короткого замыкания они определяются в виде

$$Z_{C1} = \sqrt{z_{11x}(j\omega)z_{11K}(j\omega)};$$

$$Z_{C2} = \sqrt{z_{22x}(j\omega)z_{22K}(j\omega)}.$$

При подключении Z_{C2} получаем четырехполюсник с согласованной нагрузкой.

Для симметричного четырехполюсника с согласованной на входе и выходе нагрузкой:

$$\dot{U}_2 / \dot{U}_1 = -\dot{I}_2 / \dot{I}_1, \quad Z_{11}(j\omega) = Z_{22}(j\omega) = Z_C = \sqrt{A_{12} / A_{21}}.$$

2. Характеристические постоянные передачи:

$$\Gamma_1 = -\ln \sqrt{K_{21}(j\omega)G_{21}(j\omega)},$$

$$\Gamma_2 = -\ln \sqrt{K_{12}(j\omega)G_{12}(j\omega)},$$

$\lg \frac{P_1}{P_2} = \lg \frac{U_1^2}{U_2^2} = 2 \lg \frac{U_1}{U_2}$ — ослабление в беллах (в децибеллах — умножение

на 10). Такое же соотношение справедливо и для токов.

Для симметричного четырехполюсника с согласованной нагрузкой:

$$Z_C = Z_{C1} = Z_{C2}, \quad \Gamma_1 = \Gamma_2 = \Gamma = \ln \frac{U_1}{U_2} = \ln \frac{U_1}{U_2} + j(\Psi_{U_1} - \Psi_{U_2}).$$

Здесь $\ln \frac{U_1}{U_2} = \ln \frac{I_1}{I_2}$ — постоянная ослабления в неперах, $\Psi_{U_1} - \Psi_{U_2}$ — постоянная фазы.

При согласованном каскадном соединении четырехполюсников А и Б (с согласованной нагрузкой на выходе и входе):

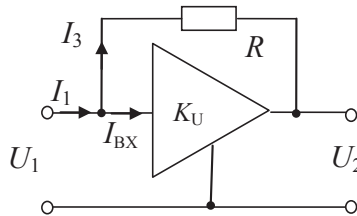
$$Z_{11}(j\omega) = Z_{C1A}, \quad Z_{22}(j\omega) = Z_{C2B}, \quad \Gamma_1 = \Gamma_{1A} + \Gamma_{1B}, \quad \Gamma_2 = \Gamma_{2A} + \Gamma_{2B}.$$

Активные четырехполюсники

Идеальные усилители:

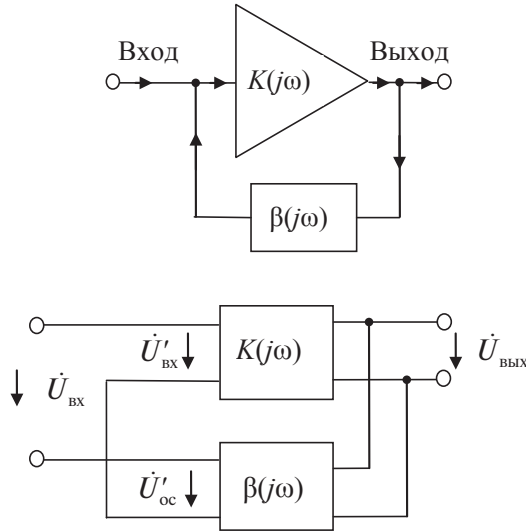
1) напряжения: $U_{\text{вых}} = K_U U_{\text{вх}}, \quad I_{\text{вх}} = 0;$

2) тока: $I_{\text{вых}} = -K_I I_{\text{вх}}, \quad U_{\text{вх}} = 0.$



$$I_1 = I_3 = \frac{U_1 - U_2}{R} = \frac{1-K}{R} U_1, \quad I_{\text{вх}} = 0, \quad R_{\text{вх}} = \frac{U_1}{I_1} = \frac{R}{1-K}.$$

Цепи с обратной связью (ОС)



$$U'_{\text{ВХ}} = U_{\text{ВХ}} + U_{\text{ОС}} = U_{\text{ВХ}} + \beta U_{\text{ВЫХ}}.$$

Подставляя сюда $U'_{\text{ВХ}} = \frac{U_{\text{ВЫХ}}}{K}$, получим коэффициент усиления цепи с ОС:

$$K_{\text{ОС}}(j\omega) = \frac{U_{\text{ВЫХ}}}{U_{\text{ВХ}}} = \frac{K(j\omega)}{1 - \beta(j\omega)K(j\omega)},$$

при $\beta(j\omega)K(j\omega) \gg 1$ коэффициент равен

$$K_{\text{ОС}}(j\omega) = -\frac{1}{\beta(j\omega)}.$$

При $K_{\text{ОС}}(j\omega) > K(j\omega)$ — положительная обратная связь (ПОС), при $K_{\text{ОС}}(j\omega) < K(j\omega)$ — отрицательная обратная связь (ООС).

При $\beta(j\omega)K(j\omega) = 1 \rightarrow K_{\text{ОС}}(j\omega) = \infty$ цепь неустойчива (на выходе могут возникать колебания в отсутствие воздействия — самовозбуждение цепи).

Критерии устойчивости

I. Алгебраический критерий

Критерий Рауса — Гурвица

Для того чтобы уравнение $a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_1 p + a_0 = 0$ имело корни в левой полуплоскости, необходимо:

1) $a_n > 0, a_0 > 0$;

2) определитель

$$\begin{vmatrix} a_{n-1} & a_n & 0 & \dots \\ a_{n-3} & a_{n-2} & a_{n-1} & a_n \dots \\ a_{n-5} & a_{n-4} & \dots & \\ \dots & \dots & \dots & \\ 0 & \dots & \dots & a_0 & a_1 \end{vmatrix} > 0;$$

3) главные миноры должны быть больше нуля.

Пример. Проверить устойчивость системы с характеристическим уравнением $p^3 + 2p^2 + 6p + 4 = 0$.

1) a_3 и $a_0 > 0$;

2) определитель $\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 6 \end{vmatrix} = 8 > 0$;

3) единственный главный минор $2 > 0$.

Таким образом, система устойчива.

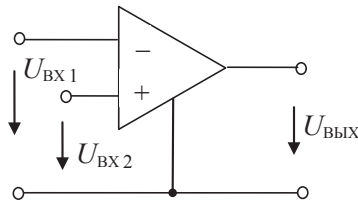
II. Геометрические критерии:

1) Найквиста;

2) Михайлова;

3) пересечений.

Идеальные операционные усилители

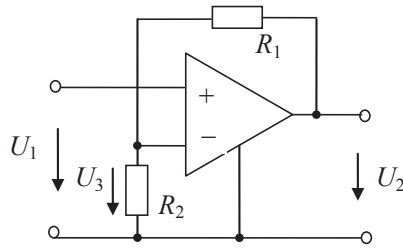


$$U_{\text{ВЫХ}} = (U_{\text{ВХ2}} - U_{\text{ВХ1}}) K;$$

$$i_{\text{ВХ1}} = i_{\text{ВХ2}} = 0;$$

$$K \rightarrow \infty.$$

Схема 1

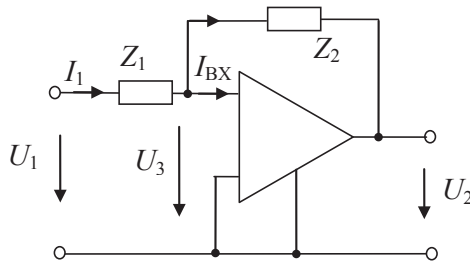


Поскольку $U_1 - U_3 = 0$, то $U_1 = U_3 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} U_2$. Таким образом,

$$U_2 = \left(1 + \frac{R_1}{R_2} \right) U_1 = K_y U_1.$$

Понятно, что вместо R_1 и R_2 могут быть Z_1 и Z_2 .

Схема 2



$$-I_1 + I_2 + I_{\text{БХ}} = 0; \quad \begin{cases} I_1 = \frac{U_1 - U_3}{Z_1} = \frac{U_1}{Z_1}; \\ I_2 = \frac{U_3 - U_2}{Z_2} = -\frac{U_2}{Z_2}; \\ I_{\text{БХ}} = 0. \end{cases}$$

Отсюда $U_2 = -\frac{Z_2}{Z_1}U_1$. Таким образом, $K_{21} = \frac{U_2}{U_1} = -\frac{Z_2}{Z_1}$.

1) При $Z_1 = R_1$, $Z_2 = R_2$ получаем усилитель:

$$K_{21} = -\frac{R_2}{R_1}; \quad Z_{\text{вх}} = R_1; \quad Z_{\text{вых}} = 0.$$

2) При $Z_1 = \frac{1}{pC_1}$, $Z_2 = \frac{1}{pC_2}$:

$$K_{21}(p) = -\frac{C_1}{C_2}.$$

3) При $Z_1 = \frac{1}{pC}$, $Z_2 = R$:

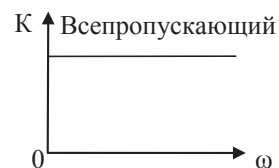
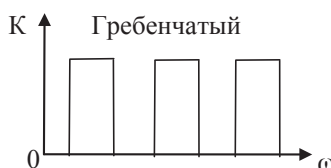
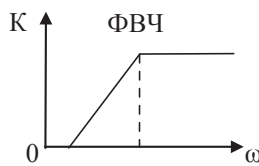
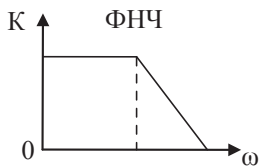
$K_{21}(p) = -pRC$ — дифференцирование входного напряжения.

4) При $Z_1 = R$, $Z_2 = \frac{1}{pC}$:

$K_{21}(p) = -\frac{1}{pRC}$ — интегрирование входного напряжения.

Фильтры

Идеальные:



Синтез фильтров:

- 1) аппроксимация характеристики (поиск физически реализуемой функции);
- 2) реализация (поиск схемы и параметров элементов).

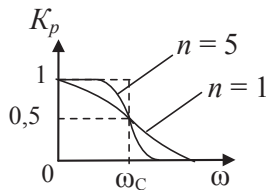
Условия физической реализуемости:

- 1) $H(p)$ не имеет полюсов в правой p -полуплоскости комплексной плоскости;
- 2) степень числителя $H(p)$ меньше степени знаменателя.

Минимальнофазовые цепи — нет нулей в правой полуплоскости.

Неминимальнофазовые — есть нули в правой полуплоскости.

Фильтр Баттерворта



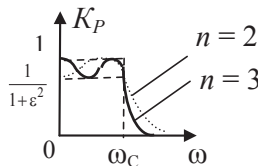
$$K_p(\omega_H) = \frac{1}{1 + \omega_H^{2n}}; \quad \omega_H = \frac{\omega}{\omega_C}.$$

$K_p(\omega_H)$ — коэффициент передачи по мощности, n — порядок фильтра, ω_C — частота среза.

Ослабление фильтра Баттерворта в *полосе задерживания* приблизительно равно $-6n$ дБ/октаву.

$$A(\omega) = \frac{1}{K(\omega)} \text{ — коэффициент ослабления.}$$

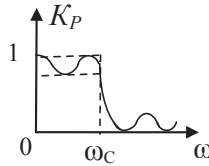
Фильтр Чебышева



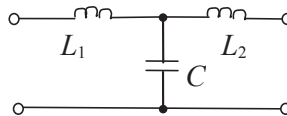
$$K_p(\omega_H) = \frac{1}{1 + \epsilon^2 T_n^2(\omega_H)}.$$

Здесь $\varepsilon = \text{const} < 1$ — коэффициент неравномерности в полосе пропускания, T_n — полином Чебышева.

Фильтр Кауэра (Золотарева)

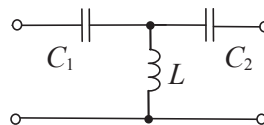


ФНЧ третьего порядка



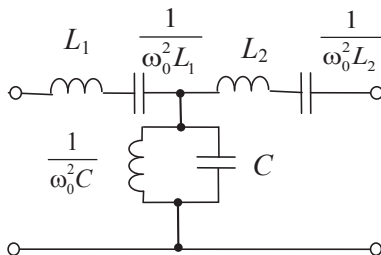
ФНЧ является *фильтром-прототипом* для ФВЧ и ПФ. ФВЧ получается *преобразованием частоты* $p = \frac{\omega_c^2}{p'}$. При этом емкости заменяются на индуктивности: $L = \frac{1}{\omega_c^2 C}$, а индуктивности — на емкости: $C = \frac{1}{\omega_c^2 L}$.

ФВЧ третьего порядка

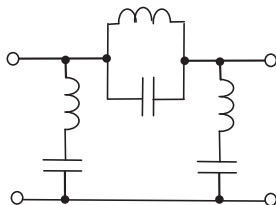


В результате преобразования частоты для полосового фильтра индуктивности в ФНЧ заменяются на последовательные колебательные контуры, а емкости — на параллельные. Для режекторного фильтра — наоборот.

ПФ третьего порядка



Режекторный фильтр третьего порядка



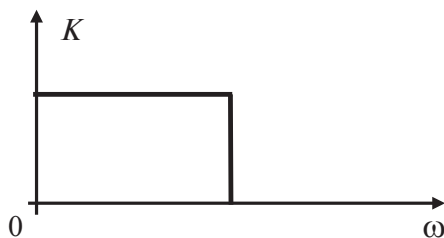
Если Z_1 — сопротивление продольной, а Z_2 — поперечной ветвей П- и Т-образных звеньев реактивных фильтров, а $Z_1 Z_2 = k^2$ — вещественное число, то это фильтр типа « k ». Фильтр типа « m » — это модификация фильтра типа « k ».

Задания для самопроверки

1. Многополюсником называется электрическая цепь...
 - 1) содержащая несколько управляемых источников;
 - 2) имеющая несколько внешних выводов, при этом предметом исследования являются напряжения и токи на этих выводах, а не токи и напряжения внутри цепи;
 - 3) состоящая из множества ветвей, при описании которой не могут быть использованы стандартные методы расчета;
 - 4) содержащая в своей топологии множество узлов, для описания которой не могут быть использованы стандартные методы расчета.

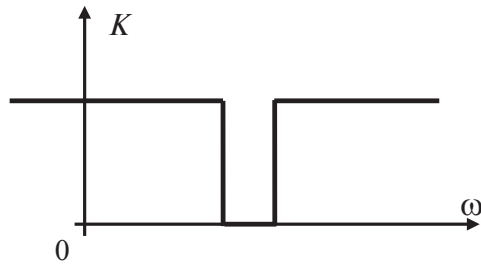
2. Линейные многополюсники содержат (перечислите элементы):
 - 1) нелинейные пассивные элементы;
 - 2) нелинейные активные элементы;
 - 3) линейные активные элементы;
 - 4) линейные пассивные элементы.
3. Нелинейный многополюсник...
 - 1) содержит хотя бы один нелинейный пассивный элемент или нелинейно управляемый источник;
 - 2) состоит только из нелинейных пассивных элементов;
 - 3) состоит из нелинейно управляемых источников;
 - 4) содержит линейные пассивные элементы и нелинейно управляемые источники.
4. Пассивный многополюсник содержит (перечислите элементы):
 - 1) индуктивности и емкости;
 - 2) сопротивления;
 - 3) независимые источники;
 - 4) управляемые источники.
5. Активный многополюсник называется автономным, если:
 - 1) он рассматривается отдельно от других элементов электрической цепи;
 - 2) хотя бы на одной паре зажимов напряжение холостого хода U_{xx} или ток короткого замыкания $I_{кз}$ отличны от нуля;
 - 3) он удовлетворяет теореме взаимности (обратимости);
 - 4) он имеет определенную структуру внутренних соединений.
6. Активный многополюсник называется неавтономным, если:
 - 1) он рассматривается в составе какой-либо электрической цепи;
 - 2) напряжение холостого хода U_{xx} и ток короткого замыкания $I_{кз}$ на всех парах внешних зажимов равны нулю;
 - 3) он не удовлетворяет теореме взаимности (обратимости);
 - 4) он имеет определенную структуру внутренних соединений.
7. Четырехполюсниками называются электрические цепи...
 - 1) содержащие управляемые источники;
 - 2) состоящие из четырех ветвей, соединенных определенным образом;

- 3) с определенной структурой, содержащие в своей топологии четыре узла;
 - 4) имеющие две пары внешних зажимов, предназначенных для подключения источника и нагрузки.
8. Описание электрической цепи в виде четырехполюсника используется, если:
- 1) предметом исследования являются токи и напряжения на внешних зажимах, а не токи и напряжения внутри электрической цепи;
 - 2) из-за сложности цепи неприменимы стандартные методы расчета;
 - 3) цепь содержит управляемые источники;
 - 4) воздействие на цепи изменяется не по гармоническому закону.
9. Перечислите примеры четырехполюсников:
- 1) трансформатор;
 - 2) электрический фильтр;
 - 3) управляемый источник;
 - 4) независимый источник.
10. Симметричный четырехполюсник симметричен относительно...
- 1) горизонтальной оси;
 - 2) вертикальной оси;
 - 3) любой прямой;
 - 4) центра схемы.
11. На рисунке изображена амплитудно-частотная характеристика идеального...



- 1) фильтра нижних частот;
- 2) фильтра верхних частот;
- 3) полосового фильтра;
- 4) режекторного фильтра.

12. На рисунке изображена амплитудно-частотная характеристика идеального...



- | | |
|----------------------------|--------------------------|
| 1) фильтра нижних частот; | 3) полосового фильтра; |
| 2) фильтра верхних частот; | 4) режекторного фильтра. |

10. Длинные линии

Цепь длиной l , находящаяся под воздействием с частотой ω (длина волны λ) является цепью с *распределенными параметрами* при условии: $l > \lambda$. Если цепь одномерная, то ее называют *длинной линией*.

Уравнения Максвелла (телеграфные уравнения):

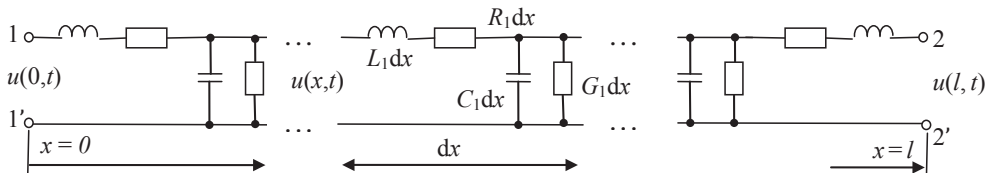
$$\begin{aligned} -\frac{\partial i(x,t)}{\partial x} &= G_1 u(x,t) + C_1 \frac{\partial u(x,t)}{\partial t}, \\ -\frac{\partial u(x,t)}{\partial x} &= R_1 i(x,t) + L_1 \frac{\partial i(x,t)}{\partial t}. \end{aligned}$$

G_1, C_1, R_1, L_1 — погонные параметры $\frac{[\text{Сим}]}{[\text{М}]}, \frac{[\Phi]}{[\text{М}]}, \dots$. Если они постоянны

вдоль линии, то она *однородная*.

Используя операторный метод, переходят к обыкновенным ДУ относительно $I(x, p)$, $U(x, p)$:

$$\begin{aligned} -\frac{\partial I(x, p)}{\partial x} &= (G_1 + pC_1)U(x, p) - C_1 u(x, 0); \\ -\frac{\partial U(x, p)}{\partial x} &= (R_1 + pL_1)I(x, p) - L_1 i(x, 0). \end{aligned}$$



$u(x, 0)$, $i(x, 0)$ — напряжение и ток в начальный момент времени $t = 0$;

$\gamma(p) = \sqrt{(R_1 + pL_1)(G_1 + pC_1)}$ — операторный коэффициент распространения.

$$Z_B(p) = \sqrt{\frac{R_1 + pL_1}{G_1 + pC_1}} \text{ — операторное волновое сопротивление.}$$

При гармоническом воздействии:

$$\dot{U}(x) = \underline{A}_1 e^{-\underline{\gamma}x} + \underline{A}_2 e^{\underline{\gamma}x};$$

$$\dot{I}(x) = \frac{\underline{A}_1 e^{-\underline{\gamma}x}}{\underline{Z}_B} - \frac{\underline{A}_2 e^{\underline{\gamma}x}}{\underline{Z}_B}.$$

$$\underline{\gamma} = \sqrt{(R_1 + j\omega L_1)(G_1 + j\omega C_1)} = \alpha + j\beta \text{ — коэффициент распространения.}$$

Здесь α — коэффициент ослабления, β — коэффициент фазы.

$$\underline{Z}_B = \sqrt{\frac{R_1 + j\omega L_1}{G_1 + j\omega C_1}} \text{ — волновое сопротивление.}$$

Для линии без потерь:

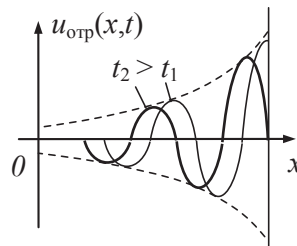
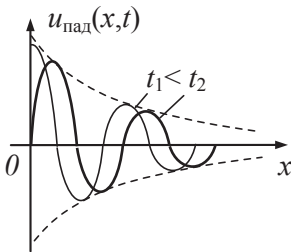
$$(R_1 = G_1 = 0) \rightarrow \alpha = 0, \quad \beta = \omega \sqrt{L_1 C_1}, \quad \underline{Z}_B = \sqrt{\frac{L_1}{C_1}}.$$

$$\begin{aligned} u(x, t) &= \sqrt{2} \underline{A}_1 e^{-\alpha x} \cos(\omega t - \beta x + \psi_1) + \sqrt{2} \underline{A}_2 e^{\alpha x} \cos(\omega t + \beta x + \psi_2) = \\ &= u_{\text{пад}}(x, t) + u_{\text{отр}}(x, t); \\ i(x, t) &= i_{\text{пад}}(x, t) + i_{\text{отр}}(x, t). \end{aligned}$$

$$\text{Длина волны в линии } \lambda = \frac{2\pi}{\beta} = \frac{v_{\text{ф}}}{f}.$$

$$\text{Фазовая скорость } v_{\text{ф.пад}} = \frac{dx}{dt} = \frac{\omega}{\beta} = -v_{\text{ф.отр}} = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}} \text{ (для линии без по-}$$

терь).



$$\alpha = \frac{1}{\Delta x} \ln \frac{U_{\text{пад}}(x)}{U_{\text{пад}}(x + \Delta x)}, \quad \beta = \frac{1}{\Delta x} (\psi_{\text{пад}}(x) - \psi_{\text{пад}}(x + \Delta x)),$$

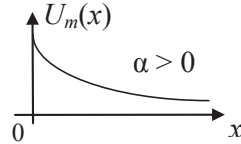
$$\underline{Z}_B = \frac{\dot{U}_{\text{пад}}(x)}{\dot{I}_{\text{пад}}(x)} = \frac{\dot{U}_{\text{отр}}(x)}{\dot{I}_{\text{отр}}(x)}.$$

Коэффициент отражения:

$$\rho_1 = \rho(0) = \frac{\dot{U}_{\text{отр}}(x)}{\dot{U}_{\text{пад}}(x)} \Big|_{x=0} = \frac{Z_{11}(j\omega) - \underline{Z}_B}{Z_{11}(j\omega) + \underline{Z}_B} \text{ — в начале линии.}$$

$$\rho_2 = \rho(l) = \frac{\dot{U}_{\text{отр}}(x)}{\dot{U}_{\text{пад}}(x)} \Big|_{x=l} = \frac{\underline{Z}_H - \underline{Z}_B}{\underline{Z}_H + \underline{Z}_B} \text{ — в конце линии.}$$

Режим бегущих волн (при $\underline{Z}_H = \underline{Z}_B$):

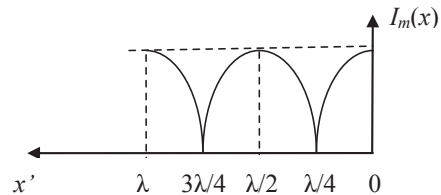
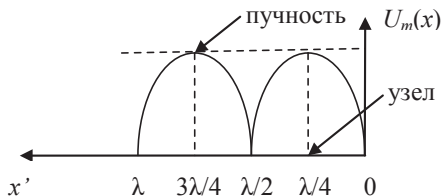


$$\rho_1 = \rho_2 = 0 \Rightarrow Z_{11} = \underline{Z}_B.$$

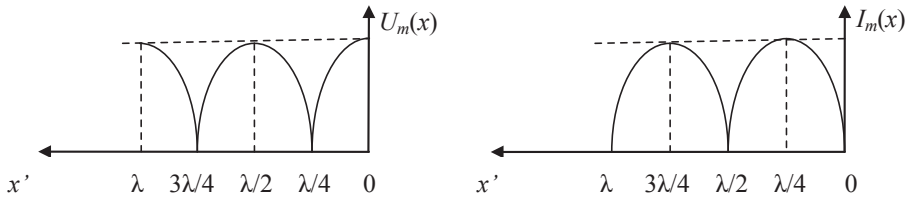
$$u(x, t) = \sqrt{2} U_1 e^{-\alpha x} \cos(\omega t - \beta x + \psi_{u1}).$$

Режим стоячих волн (при $\underline{Z}_H = 0$, $\underline{Z}_H = \infty$, $\underline{Z}_H = \pm jx$): $\rho(x) = 1$.

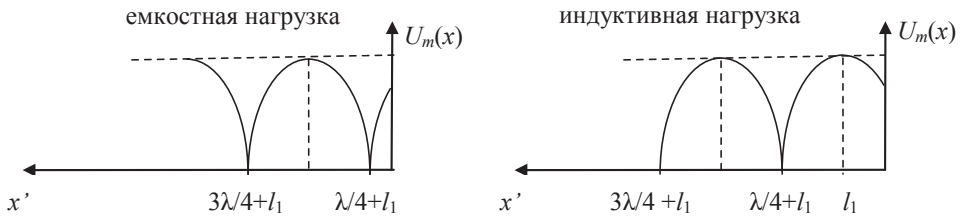
КЗ на выходе ($\underline{Z}_H = 0$):



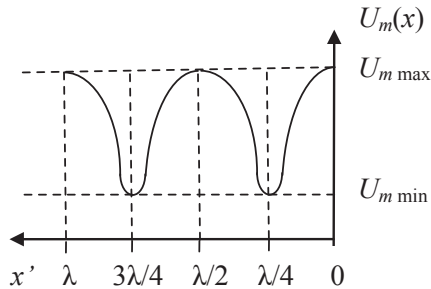
ХХ на выходе ($Z_H = \infty$):



Реактивная нагрузка ($Z_H = \pm jx$):



Режим смешанных волн (при других Z_H):



$$\text{КБВ} = \frac{U_{m \min}}{U_{m \max}} = \frac{1 - \rho(x)}{1 + \rho(x)} = (0 \dots 1).$$

$$\text{КСВ} = \frac{1}{\text{КБВ}} = 1 \dots \infty.$$

В режиме бегущих волн КБВ = 1, КСВ = 1.

В режиме стоячих волн КБВ = 0, КСВ = ∞ .

Входное сопротивление отрезка линии

КЗ на выходе:

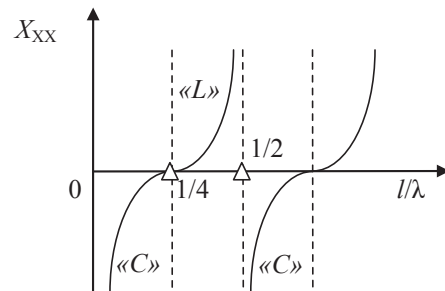
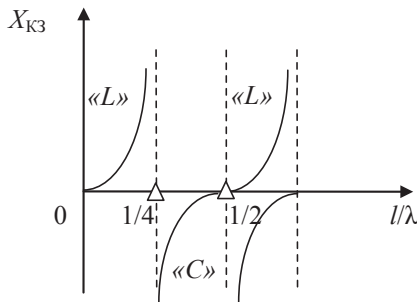
$$Z_{\text{КЗ}} = Z_{\text{В}} \operatorname{th}(\gamma l).$$

Если нет потерь: $Z_{\text{КЗ}} = jR_{\text{В}} \operatorname{tg}\left(2\pi \frac{l}{\lambda}\right)$, $R_{\text{В}} = \sqrt{\frac{L_1}{C_1}}$.

ХХ на выходе:

$$Z_{\text{ХХ}} = Z_{\text{В}} \operatorname{cth}(\gamma l).$$

Если нет потерь: $Z_{\text{ХХ}} = -jR_{\text{В}} \operatorname{ctg}\left(2\pi \frac{l}{\lambda}\right)$.

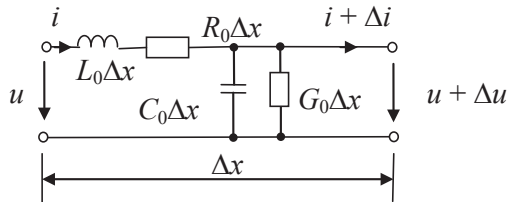


Задания для самопроверки

1. Цепь с распределенными параметрами — это:
 - 1) электрическая цепь, процессы в которой описываются дифференциальными уравнениями в частных производных;
 - 2) линия передачи электрической энергии длиной более 1 км;
 - 3) электрическая цепь, работающая на высоких частотах;
 - 4) электрическая цепь, элементы которой разнесены в пространстве.
2. В цепи с распределенными параметрами ток и напряжение представляют собой:
 - 1) негармонические функции времени;
 - 2) функции двух переменных — координаты и времени;
 - 3) функции времени, связанные компонентным уравнением;
 - 4) постоянные величины, значения которых зависят от координаты.

3. Цепь относится к цепям с распределенными параметрами, если:
 - 1) ее геометрические размеры соизмеримы с длиной волны;
 - 2) ее геометрические размеры значительно меньше длины волны;
 - 3) ее элементы разнесены в пространстве на расстояние, превышающее геометрические размеры элементов;
 - 4) ее геометрические размеры значительно больше длины волны.
4. Длина волны λ и частота воздействия f в среде, близкой к вакууму, связаны соотношением:
 - 1) $\lambda = l \cdot f$, где l — максимальный геометрический размер цепи;
 - 2) $\lambda = c \cdot f$, где $c = 3 \cdot 10^8$ м/с — скорость света;
 - 3) $\lambda = \frac{l}{f}$, где l — максимальный геометрический размер цепи;
 - 4) $\lambda = \frac{c}{f}$, где $c = 3 \cdot 10^8$ м/с — скорость света.
5. При описании цепей, предназначенных для передачи энергии из источника в нагрузку на расстояние, соизмеримое или превышающее длину волны, используется термин...
 - 1) линия электропередач;
 - 2) длинная линия;
 - 3) линия связи;
 - 4) цепь с сосредоточенными параметрами.
6. Перечислите примеры цепей с распределенными параметрами:
 - 1) колебательные системы диапазона СВЧ;
 - 2) телевизионный кабель;
 - 3) усилитель звуковых частот;
 - 4) трансформатор в блоке питания.
7. Первичными параметрами длинной линии называются:
 - 1) напряжение и ток на входных зажимах;
 - 2) удельное сопротивление проводников, диэлектрическая и магнитная проницаемости материала изоляции;
 - 3) индуктивность, емкость, сопротивление, проводимость, отнесенные к единице длины;
 - 4) параметры конструктивного описания и области применения.

8. Длинная линия называется однородной, если:
- 1) сопротивление источника сигнала равно сопротивлению нагрузки;
 - 2) ток и напряжение одинаковы в любом сечении;
 - 3) ее первичные параметры одинаковы на всем протяжении;
 - 4) ее длина равна целому числу длин волн воздействия.
9. Какие из уравнений описывают электрическое равновесие элементарного участка однородной длинной линии, изображенной на рисунке?



$$1) \begin{cases} u = R_0 \Delta x i + L_0 \Delta x \frac{\partial i}{\partial t} + (u + \Delta u); \\ i = G_0 \Delta x (u + \Delta u) + C_0 \Delta x \frac{\partial (u + \Delta u)}{\partial t} + (i + \Delta i). \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} \Delta u = R_0 i + L_0 \frac{\partial i}{\partial t}; \\ \Delta i = G_0 u + C_0 \frac{\partial u}{\partial t}. \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} u = R_0 \Delta x i + L_0 \Delta x \frac{di}{dt} + \frac{1}{G_0 \Delta x} (u + \Delta u); \\ i = \frac{1}{G_0 \Delta x} (u + \Delta u) + C_0 \Delta x \frac{d(u + \Delta u)}{dt}. \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} u = R_0 i + L_0 \frac{di}{dt} + \frac{(u + \Delta u)}{G_0}; \\ i = \frac{(u + \Delta u)}{G_0} + C_0 \frac{d(u + \Delta u)}{dt} + (i + \Delta i). \end{cases}$$

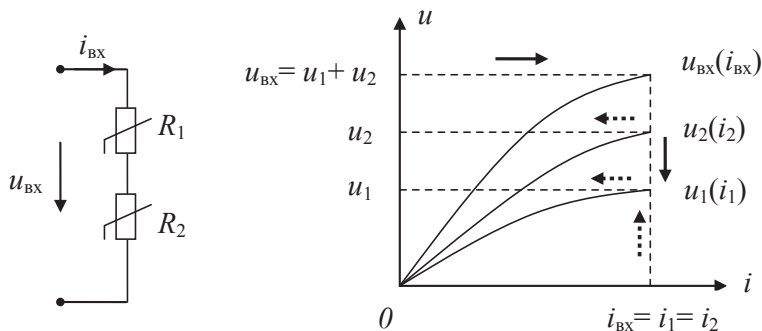
10. Решение телеграфных уравнений длинной линии позволяет определить:
 - 1) мгновенные значения токов и напряжений в любом сечении линии;
 - 2) амплитуды напряжений и токов в начале и в конце линии;
 - 3) оптимальную скорость передачи телеграфного сигнала;
 - 4) содержание сообщения, передаваемого с помощью телеграфного сигнала.
11. Телеграфные уравнения длинной линии описывают:
 - 1) статистические характеристики кодовых последовательностей;
 - 2) распределение напряжения и тока вдоль линии;
 - 3) соответствие между кодовой последовательностью и содержанием передаваемого сообщения;
 - 4) пропускную способность канала связи.
12. Линия без потерь — это однородная длинная линия...
 - 1) проводники которой выполнены из материала с низким удельным сопротивлением значительно меньше реактивных сопротивлений и проводимости;
 - 2) проводники которой находятся в среде, близкой к вакууму;
 - 3) для которой сопротивление потерь и проводимость утечки равны нулю;
 - 4) которая находится под гармоническим воздействием, при этом ее длина не превышает длины волны входного воздействия.

11. Нелинейные цепи

Цепь нелинейная, если хотя бы в одном ее резистивном или реактивном элементе ток и напряжение связаны нелинейно.

Графические методы анализа цепей с нелинейными двухполюсниками

В ряде случаев исследование процессов в простейших нелинейных резистивных цепях удастся провести без составления уравнений электрического равновесия, используя графические методы их анализа. Например, при последовательном соединении двух нелинейных сопротивлений графически суммируются их вольт-амперные характеристики (ВАХ) и по результирующей ВАХ определяется протекающий через них ток по приложенному к цепи напряжению. Ток, найденный по ВАХ нелинейных элементов (НЭ), далее позволяет определить напряжение на каждом из них:

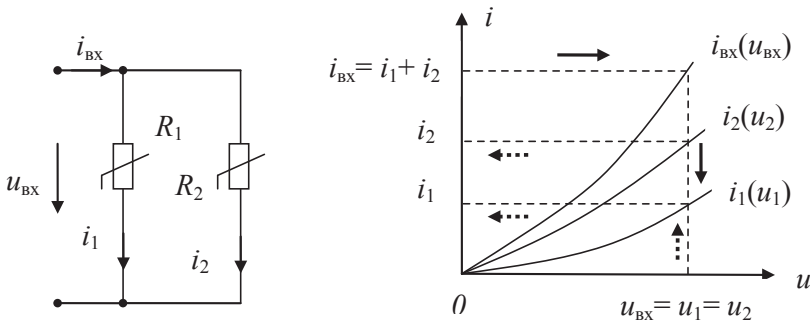


Аналогично поступают и при большем количестве соединенных последовательно сопротивлений, некоторые из которых могут быть линейными (имеют линейную ВАХ). Если последовательно с НЭ в ветвь включен источник постоянной ЭДС, то ВАХ нелинейного элемента

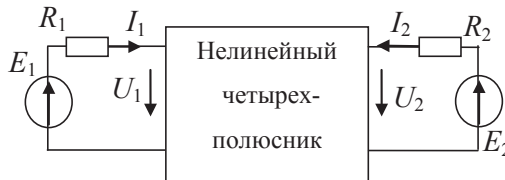
смещается вверх или вниз в соответствии с полярностью источника на величину его напряжения.

При параллельном соединении двух нелинейных сопротивлений суммируются зависимости $i_1(u_1)$ и $i_2(u_2)$ для получения ВАХ $i_{\text{ВХ}}(u_{\text{ВХ}})$ нелинейного сопротивления, которым заменяется исследуемый участок цепи.

При параллельном подключении к НЭ источника постоянного тока результирующая ВАХ смещается вверх-вниз в соответствии с направлением и величиной тока источника.



Графические методы анализа цепей с нелинейными четырехполюсниками



По ЗКН для входной и выходной цепей

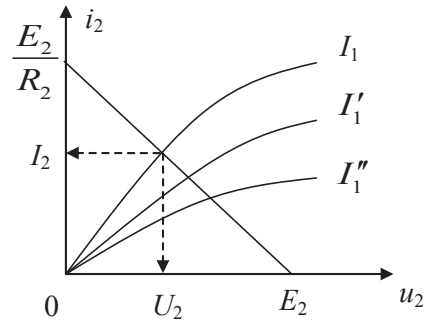
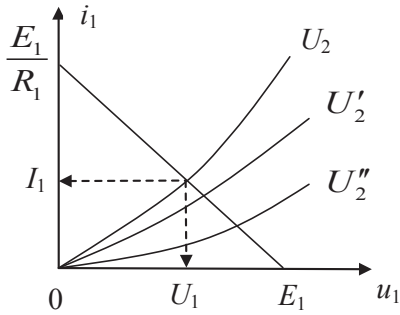
$$E_1 = I_1 R_1 + U_1 \text{ и } E_2 = I_2 R_2 + U_2.$$

Откуда

$$I_1 = -\frac{U_1}{R_1} + \frac{E_1}{R_1} \text{ и } I_2 = -\frac{U_2}{R_2} + \frac{E_2}{R_2}.$$

Эти уравнения называются *уравнениями нагрузочных прямых*. Их пересечения с входными и выходными ВАХ четырехполюсного НЭ

определяют его режимы работы по постоянному току (*рабочие точки*) на входе и выходе:



Нелинейные цепи при гармоническом воздействии

Для нелинейных ВАХ вводятся *дифференциальная крутизна* $S_{\text{диф}} = \frac{di}{du}$ и *дифференциальное сопротивление* $r_{\text{диф}} = \frac{du}{di}$ (в рабочей точке ВАХ); *средняя крутизна* $S_{\text{ср}} = \frac{\Delta i}{\Delta u}$ и *среднее сопротивление* $r_{\text{ср}} = \frac{\Delta u}{\Delta i}$.

Аппроксимации ВАХ

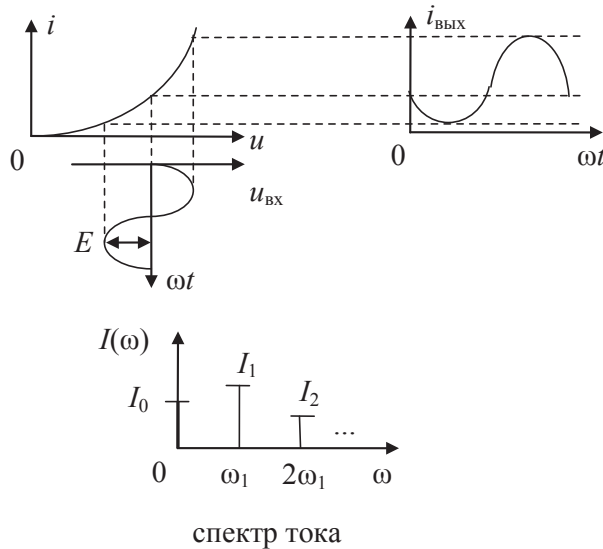
В ряде случаев заданные в виде таблиц и графиков экспериментальные ВАХ описывают приближенными аналитическими соотношениями — аппроксимациями. В качестве аппроксимаций нелинейных ВАХ применяются:

- 1) полиномиальная функция: $i(U_0 + u) = i(U_0) + a_1 u + a_2 u^2 + \dots$;
- 2) экспоненциальная функция: $i(u) = I_0 e^{-\alpha u}$;
- 3) трансцендентные функции;
- 4) кусочно-линейная зависимость:

$$i(u) = \begin{cases} 0, & u \leq U_{\text{отс}}, \\ S(u - U_{\text{отс}}), & u > U_{\text{отс}}. \end{cases}$$

Режимы работы нелинейного элемента

1. Слабонелинейный (без отсечки выходного тока):



$$i(t) = I_0 + I_1 \cos \omega t + I_2 \cos 2\omega t + \dots$$

$$I_0 = a_0 + \frac{1}{2}a_2 E^2 + \dots, \quad I_1 = a_1 E + \frac{3}{4}a_3 E^3 + \dots,$$

$$I_2 = \frac{1}{2}a_2 E^2 + \frac{1}{2}a_4 E^4 + \dots \text{ и т. д.,}$$

где a_i — коэффициенты полиномиальной аппроксимации.

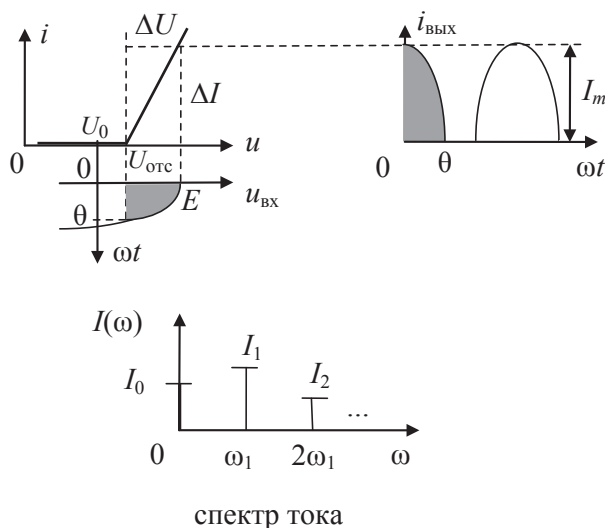
2. Существенно нелинейный (с отсечкой выходного тока):

$I_m = S[E - (U_{\text{отс}} - U_0)]$ — амплитуда импульсов выходного тока;

$S = \frac{\Delta I}{\Delta U}$ — крутизна ВАХ;

$\theta = \arccos \frac{U_{\text{отс}} - U_0}{E}$ — угол отсечки тока;

$I_n = I_m \alpha_n(\theta)$ или $I_n = S E \gamma_n(\theta)$ — амплитуды гармоник выходного тока, где α_n и γ_n — коэффициенты Берга: $\gamma_n = \alpha_n(1 - \cos \theta)$.



При нелинейном резонансном усилении $\eta \approx 75\%$, при угле отсечки тока в диапазоне $\theta = 80^\circ - 120^\circ$. Коэффициент усиления определяется выражением

$$K_y \approx -S_{cp} Z_{pэ},$$

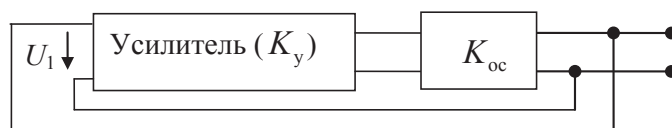
где $Z_{pэ}$ — сопротивление нагруженного параллельного колебательного контура.

При удвоении частоты оптимальным является $\theta = 60^\circ$, при утроении $\theta = 40^\circ$.

Коэффициент нелинейных искажений усилителя, работающего на резистивную нагрузку: $K_{нл} = \frac{\sqrt{I_2^2 + I_3^2 + \dots}}{I_1}$.

Если есть только I_2 , то $K_{нл} = \frac{I_2}{I_1} = \frac{1}{2} \frac{a_2}{a_1} E$ — зависит от амплитуды воздействия.

Автогенераторы гармонических колебаний

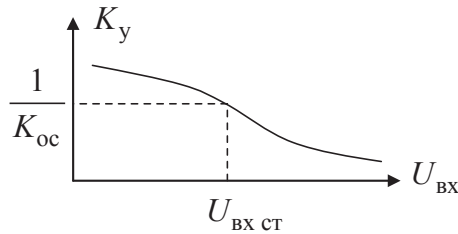


$K_y(j\omega_\Gamma, U_1)K_{OC}(j\omega_\Gamma)=1$ — в стационарном режиме,

$K_y(\omega_\Gamma, U_1)K_{OC}(\omega_\Gamma)=1$ — баланс амплитуд,

$\varphi_y(\omega_\Gamma)+\varphi_{OC}(\omega_\Gamma)=2\pi n$ — баланс фаз.

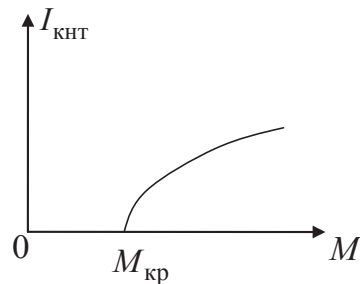
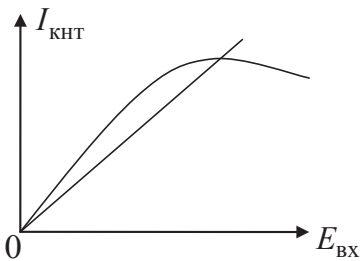
Из колебательной характеристики находят стационарную амплитуду колебаний автогенератора:



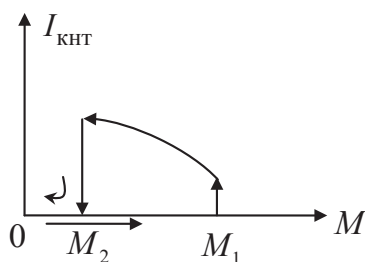
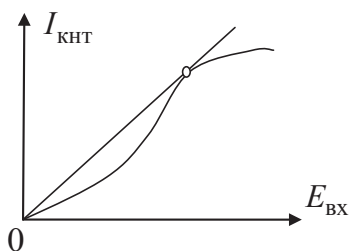
Условие самовозбуждения автогенератора: $K_{OC} > \frac{1}{SR} + \frac{1}{SR_i} = \frac{1}{K_y}$ (до-

стигается увеличением обратной связи).

Мягкий режим самовозбуждения (при автосмещении): колебания возникают при связи $M_{кр}$, их амплитуда плавно нарастает, стабилизируется и уменьшается в соответствии с видом колебательной характеристики.



Жесткий режим самовозбуждения (при внешнем смещении): колебания возникают при большой связи M_1 , далее связь можно уменьшить до M_2 при которой они срываются.



Реализация автогенераторов:

- 1) с трансформаторной связью;
- 2) с автотрансформаторной связью (индуктивная трехточка);
- 3) емкостная трехточка;
- 4) RC-автогенератор.

Задания для самопроверки

1. Нелинейная электрическая цепь — это цепь...
 - 1) на которую воздействует негармонический ток или напряжение;
 - 2) состоящая только из нелинейных элементов;
 - 3) содержащая хотя бы один управляемый источник;
 - 4) имеющая в своем составе хотя бы один нелинейный элемент.
2. К нелинейным цепям нельзя применить:
 - 1) теорему о суперпозиции (метод наложения);
 - 2) кусочно-линейное описание характеристик;
 - 3) разложение характеристики в ряд Тейлора;
 - 4) теорему компенсации.
3. Реакция $y(t)$ нелинейной цепи на гармоническое воздействие $x(t) = X_m \cos(\omega t + \varphi)$ в общем случае равна:
 - 1) гармонической функции той же частоты;
 - 2) сумме гармонических функций с кратными частотами ω , 2ω , 3ω и т. д.;
 - 3) последовательности прямоугольных импульсов с периодом $2\pi/\omega$;
 - 4) сумме гармонических функций с произвольными частотами ω_1 , ω_2 , ω_3 и т. д.

4. Нелинейный резистивный элемент — это элемент...
- 1) вольт-амперная характеристика которого $i = i(u)$ описывается нелинейной функцией;
 - 2) сопротивление которого изменяется во времени;
 - 3) на который воздействует негармонический ток или напряжение;
 - 4) элемент, сопротивление которого зависит от частоты воздействия.
5. К нелинейным резистивным элементам относятся:
- 1) резистор;
 - 2) полупроводниковый диод;
 - 3) транзистор;
 - 4) трансформатор.
6. Явления, имеющие место в нелинейных цепях, используются в следующих устройствах:
- 1) автогенератор;
 - 2) амплитудный детектор;
 - 3) пассивный фильтр;
 - 4) трансформатор.
7. Нелинейный элемент называется безынерционным, если:
- 1) реакция по форме повторяет входное воздействие;
 - 2) в составе электрической цепи, в которую он подключен, отсутствуют реактивные элементы;
 - 3) реакция устанавливается мгновенно вслед за изменением воздействия;
 - 4) воздействие имеет малую амплитуду, и можно пренебречь нелинейностью характеристики.
8. Свойства нелинейного безынерционного резистивного элемента полностью определяются:
- 1) системой уравнений электрического равновесия;
 - 2) законом Ома;
 - 3) дифференциальным уравнением цепи;
 - 4) статической вольт-амперной характеристикой.
9. Рабочей точкой нелинейного элемента называется:
- 1) его подключение в схеме по отношению к другим элементам;
 - 2) его расположение в топологии электрической цепи;
 - 3) постоянное напряжение или ток, приложенные к нелинейному элементу, определяющие его режим работы;

4) переменное напряжение или ток на внешних выводах элемента в рабочем режиме.

10. Дифференциальное сопротивление нелинейного элемента равно:

$$1) R_{\text{диф}} = \left. \frac{\Delta U}{\Delta I} \right|_{U=U_0}; \quad 3) R_{\text{диф}} = \left. \frac{U_{\text{ВЫХ}}}{I_{\text{ВХ}}} \right|_{U_{\text{ВХ}}=U_0};$$

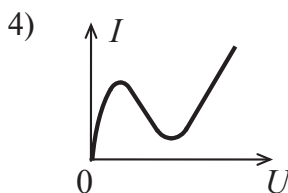
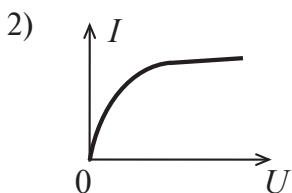
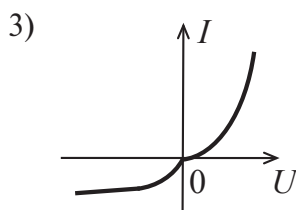
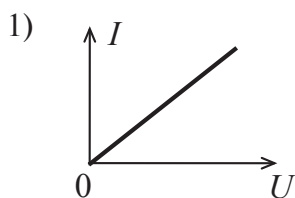
$$2) R_{\text{диф}} = \frac{U}{I}; \quad 4) R_{\text{диф}} = \frac{\dot{U}_m(j\omega)}{\dot{I}_m(j\omega)}.$$

11. Дифференциальная крутизна нелинейного элемента:

$$1) S_{\text{диф}} = \left. \frac{I_{\text{ВЫХ}}}{U_{\text{ВХ}}} \right|_{U_{\text{ВХ}}=U_0}; \quad 3) S_{\text{диф}} = \left. \frac{\Delta I}{\Delta U} \right|_{U=U_0};$$

$$2) S_{\text{диф}} = \frac{I}{U}; \quad 4) S_{\text{диф}} = \frac{\dot{I}_m(j\omega)}{\dot{U}_m(j\omega)}.$$

12. На каком рисунке изображена характеристика нелинейного элемента с отрицательным дифференциальным сопротивлением?



Библиографический список

Атабеков Г. И. Теоретические основы электротехники. Линейные электрические цепи : учебное пособие / Г. И. Атабеков. — 7-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2009. — 592 с. — ISBN 978-5-8114-0800.

Бакалов В. П. Основы теории цепей : учебник для вузов / В. П. Бакалов, В. Ф. Дмитриков, Б. И. Крук ; под редакцией В. П. Бакалова. — 3-е изд., перераб. и доп. — Москва : Горячая линия Телеком, 2007. — 597 с. — ISBN 5-256-01472-2.

Баскаков С. И. Радиотехнические цепи и сигналы / С. И. Баскаков. — 4-е изд., испр. и доп. — Москва : URSS, 2016. — 528 с. — ISBN 978-5-9710-2464-4.

Бессонов Л. А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи : учебник / Л. А. Бессонов. — 11-е изд., перераб. и доп. — Москва : Гардарики, 2007. — 701 с. — ISBN 5-8297-0159-6.

Основы теории цепей : учебник для вузов / Г. В. Зевеке [и др.]. — 5-е изд., перераб. — Москва : Энергоатомиздат, 1989. — 528 с. — ISBN 5-283-00523-2.

Попов В. П. Основы теории цепей : учебник : в 2 частях. Ч. 1 / В. П. Попов. — 7-е изд., перераб. и доп. — Москва : Юрайт, 2018. — 378 с. — ISBN 978-5-534-02154-7.

Теоретические основы электротехники : учебник для вузов : в 3 томах. Т. 1 / К. С. Демирчян [и др.]. — 4-е изд. — Санкт-Петербург : Питер, 2003. — 463 с. — ISBN 5-94723-620-6, ISBN 5-94723-479-3.

Теоретические основы электротехники : учебник для вузов : в 3 томах. Т. 2 / К. С. Демирчян [и др.]. — 4-е изд. — Санкт-Петербург : Питер, 2003. — 576 с. — ISBN 5-94723-620-6, ISBN 5-94723-513-7.

Теория электрических цепей. Лабораторный практикум / Е. В. Вострецова, С. М. Зраенко, Ю. В. Шилов, А. С. Лучинин. — Москва : Юрайт, 2016. — 136 с. — (Серия 11. Университеты России). — ISBN 978-5-9916-9848-1.

Шебес М. Р. Задачник по теории линейных электрических цепей : учебное пособие / М. Р. Шебес, М. В. Каблукова. — 4-е изд., перераб. и доп. — Москва : Высшая школа, 1990. — 544 с. — ISBN 5-06-000678-6.

Ответы к заданиям для самопроверки

Глава 1. 1: сопротивление — ом, проводимость — сименс, индуктивность — генри, емкость — фарад; 2 (1); 3 (1); 4 (4); 5 (3); 6 (3); 7: сопротивление — тепловая энергия, индуктивность — энергия магнитного поля, емкость — энергия электрического поля; 8 (1); 9 (1); 10 (4); 11: полная — вольт-ампер, активная — ватт, реактивная — вольт-ампер реактивный; 12 (1); 13 (1); 14 (1).

Глава 2. 1 (2); 2: узел; 3: контур; 4: ветвь; 5 (3); 6: вершина — узел, цикл — контур, ребро — ветвь; 7 (1); 8 (4); 9 (3); 10 (2); 11: емкость — индуктивность, сопротивление — проводимость, последовательное соединение — параллельное соединение, узел — контур; 12 (4).

Глава 3. 1 (4, 2); 2 (1); 3 (1); 4 (2); 5 (3); 6: x — реактивное сопротивление, r — резистивное сопротивление, φ_Z — аргумент комплексного сопротивления, $|Z|$ — полное сопротивление; 7 (1); 8 (3); 9 (4); 10 (1); 11: g — резистивная составляющая, b — реактивная составляющая, φ_Y — аргумент комплексной проводимости, $|Y|$ — полная проводимость; 12 (1); 13 (1); 14 (4); 15 (2).

Глава 4. 1 (3); 2 (2); 3: $\Phi_{11} \sim i_1$, $\Phi_{22} \sim i_2$ — потоки самоиндукции, Φ_{21} , Φ_{12} — потоки взаимной индукции, Φ_{S1} , Φ_{S2} — потоки рассеяния, $\Phi_1 = \Phi_{11} \pm \Phi_{12}$, $\Phi_2 = \Phi_{22} \pm \Phi_{21}$ — полные потоки; 4 (1); 5 (2); 6 (4); 7 (1); 8 (4); 9 (3); 10 (1); 11 (2); 12 (1).

Глава 5. 1 (2); 2 (1); 3 (3); 4 (4); 5 (1, 2); 6: комплексное входное сопротивление — $H(j\omega) = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1}$, комплексное передаточное сопротивление —

$H(j\omega) = \frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_1}$, комплексный коэффициент передачи по току — $H(j\omega) = \frac{\dot{I}_2}{\dot{I}_1}$,

комплексный коэффициент передачи по напряжению — $H(j\omega) = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1}$,

комплексная входная проводимость — $H(j\omega) = \frac{\dot{I}_1}{\dot{U}_1}$, комплексная пере-

даточная проводимость — $H(j\omega) = \frac{\dot{I}_2}{\dot{U}_1}$; 7 (1); 8 (2); 9 (3); 10 (1); 11 (1); 12

(4).

Глава 6. 1 (3); 2 (2); 3 (2); 4 (1); 5 (4); 6 (4); 7 (1); 8: 100; 9: 200; 10 (1); 11 (2); 12 (1).

Глава 7. 1: 250; 2 (4); 3 (2); 4 (1); 5 (3); 6 (1); 7 (2); 8 (2); 9 (1); 10 (3).

Глава 8. 1 (3); 2: $(-\infty < t < 0)$ — установившийся режим 1, $(t = 0)$ — коммутация, $(t \rightarrow \infty)$ — установившийся режим 2, $(0 < t < \infty)$ — переходной процесс; 3 (1, 2, 3); 4 (1); 5 (4); 6 (2); 7 (2); 8 (3); 9 (1); 10 (2); 11 (1); 12 (3).

Глава 9. 1 (2); 2 (3, 4); 3 (1); 4 (1, 2); 5 (2); 6 (2); 7 (4); 8 (1); 9 (1, 2, 3); 10 (2); 11 (1); 12 (4).

Глава 10. 1 (1); 2 (2); 3 (1, 4); 4 (4); 5 (2); 6 (1, 2); 7 (3); 8 (3); 9 (1); 10 (1); 11 (2); 12 (3).

Глава 11. 1 (4); 2 (1); 3 (2); 4 (1); 5 (2); 6 (1, 2); 7 (3); 8 (4); 9 (3); 10 (1); 11 (3); 12 (4).

Учебное издание

Вострецова Елена Владимировна
Зраенко Сергей Михайлович

**ПОВТОРИМ ТЕОРИЮ
ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ**

Редактор *Т. Е. Мерц*
Верстка *О. П. Игнатьевой*

Подписано в печать 01.11.2020. Формат 70х100/16.
Бумага офсетная. Цифровая печать. Усл. печ. л. 8,4.
Уч.-изд. л. 5,9. Тираж 100 экз. Заказ 101.

Издательство Уральского университета
Редакционно-издательский отдел ИПЦ УрФУ
620049, Екатеринбург, ул. С. Ковалевской, 5
Тел.: +7 (343) 375-48-25, 375-46-85, 374-19-41
E-mail: rio@urfu.ru

Отпечатано в Издательско-полиграфическом центре УрФУ
620083, Екатеринбург, ул. Тургенева, 4
Тел.: +7 (343) 358-93-06, 350-58-20, 350-90-13
Факс: +7 (343) 358-93-06
<http://print.urfu.ru>

